

# ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 DÉCEMBRE 1928.

PRÉSIDENTE DE M. MAURICE HAMY.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de Noël la prochaine séance ordinaire aura lieu le mercredi 26 décembre au lieu du lundi 24.

M. le **PRÉSIDENT** souhaite la bienvenue à M. le Professeur **JEAN CANTACUZÈNE**, Directeur de l'Institut de Médecine expérimentale de Bucarest, et à M. **WALTER FORD**, de Ann Arbor, Michigan, qui assistent à la séance.

ASTRONOMIE. — *Conséquence d'une propriété de la diffraction par une ouverture circulaire.* Note de M. **MAURICE HAMY**.

Dans une Communication antérieure <sup>(1)</sup>, j'ai fait connaître une propriété particulière de l'image d'un astre circulaire de grand diamètre angulaire, tel que la lune, observée avec une lunette dont l'objectif est recouvert d'un diaphragme circulaire, d'ouverture variable  $D$ , le grossissement employé était d'ailleurs constamment proportionnel à  $D$ . Il arrive, dans ces conditions, en dépit de la complexité des effets de la diffraction, que l'image virtuelle du bord de l'astre, telle que la voit l'observateur à travers l'oculaire, possède une constitution optique, un éclat et partant un aspect invariable, lorsque  $D$  varie.

---

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 624.



On peut fonder sur cette propriété un procédé d'observation exact du diamètre de l'astre, en faisant usage de la méthode des passages, combinée à l'emploi d'un micromètre impersonnel et appliquée à un équatorial, au moment de l'opposition. On suppose la lunette d'observation immobile, pendant la durée du parcours de l'astre dans le champ.

Le mouvement relatif du fil mobile, par rapport à l'image de l'astre, est sensiblement nul. Agissant sur des organes appropriés, capables d'imprimer au fil un mouvement différentiel, l'observateur peut pointer un détail de l'image exactement comme si elle était fixe dans le champ. Des pointés et des temps correspondants, enregistrés automatiquement, on déduit après coup, par le calcul, l'heure du passage du détail observé à un fil fixe dans le champ.

La détermination du diamètre lunaire, avec ce dispositif, résulte de la combinaison d'observations faites comme il suit.

Donnons d'abord au diaphragme l'ouverture même de la lunette et pointons le bord optique lunaire avec le fil entraîné. On placera ce fil dans une position telle que son image, vue à travers l'oculaire, se trouve à une petite distance angulaire  $\delta$  inconnue de l'image virtuelle du bord géométrique dont rien ne signale la position exacte à l'observateur. La réduction de l'observation fera par suite connaître l'heure de l'instant où l'image virtuelle du bord géométrique se trouvait à la distance angulaire  $\delta$  de l'image virtuelle du fil fixe. Pour un même observateur,  $\delta$  est d'ailleurs une constante, en moyenne tout au moins, pendant quelques minutes, pour un même bord de l'astre.

En second lieu, donnons au diaphragme une ouverture moitié de celle de l'objectif. L'image virtuelle de la région de l'astre, voisine du bord géométrique, a un aspect identique à celui de tout à l'heure, en vertu des propriétés signalées ci-dessus. Si donc on pointe le nouveau bord optique avec le fil entraîné, on le placera de façon que son image virtuelle, fournie par le nouvel oculaire, soit encore à la distance angulaire  $\delta$  de celle du bord géométrique et la réduction de l'observation fera connaître comme précédemment l'instant où l'image virtuelle du bord géométrique se trouvait à la distance angulaire  $\delta$  de l'image virtuelle du fil fixe du micromètre. Mais comme le grossissement de la lunette est moitié moindre que dans la première observation, le fil fixe se trouve, à l'instant calculé, dans le plan focal de la lunette, à une distance linéaire du bord géométrique double de ce qu'elle était dans la première observation.

Il en résulte que si, dans la première observation, le fil fixe, vu du centre



optique de la lunette, est placé, à l'instant calculé, à la distance angulaire  $\psi$  du bord géométrique, il se trouve à la distance angulaire  $2\psi$ , à l'instant calculé, dans la seconde.

Appelons  $\psi_0$  la valeur de  $\psi$ , exprimée en temps, pour le bord optique Ouest de l'astre,  $\psi_E$  la valeur de  $\psi$  pour le bord optique Est,  $\psi_0$  et  $\psi_E$  se rapportant à la première observation.

La durée  $t_1$  du passage de l'astre au fil fixe, résultant des pointés de la première observation, fournit la relation

$$t_1 = \frac{\Delta + \psi_0 + \psi_E + \delta R}{\cos \varpi},$$

$\Delta$  désignant le diamètre vrai, exprimé en temps,  $\varpi$  la déclinaison de l'astre et  $\delta R$  la variation de son ascension droite, pendant la durée de son passage à un même cercle horaire.

La seconde observation, faite immédiatement après, donne de même

$$t_2 = \frac{\Delta + 2\psi_0 + 2\psi_E + \delta R}{\cos \varpi}.$$

Ces deux relations fournissent l'équation

$$\Delta + \delta R = (2t_1 - t_2) \cos \varpi,$$

d'où l'on tire la valeur de  $\Delta$ .

Pratiquement, il est nécessaire de se plier à certaines nécessités dans l'application.

Tout d'abord, les apparences à travers l'oculaire devant être identiques, dans la première et la seconde observation, il faut renoncer à l'emploi d'un fil micrométrique, qui change d'aspect quand on passe d'un grossissement à l'autre. Il convient de lui substituer une lame d'acier très mince, taillée à angle très affilé dont on utilise la pointe. Cette pointe se voit exactement de la même façon quand on change d'oculaire.

On doit opérer avec un instrument de large ouverture et en cas d'images parfaitement calmes seulement. Passer outre à cette dernière condition et chercher à augmenter la précision des résultats par des moyennes serait dépourvu de sens. Les raisonnements supposent, en effet, essentiellement que l'image focale possède sa structure théorique dans le voisinage du bord géométrique. Or cette constitution est altérée dès que les ondulations atmosphériques se manifestent.

Se passer de l'emploi d'un micromètre impersonnel, quitte à observer par la méthode de l'œil et de l'oreille, est à éviter. En opérant de la sorte, on



introduirait presque certainement des erreurs systématiques, la vitesse du déplacement de l'image, par rapport à la pointe, n'étant pas la même dans l'une et l'autre observation.

Enfin, il y a lieu d'observer en lumière sensiblement monochromatique. A cet effet, on peut interposer, entre l'œil et l'oculaire, un écran vert laissant passer une bande étroite du spectre. Les grossissements employés doivent d'ailleurs correspondre à des anneaux oculaires inférieurs à la pupile de l'œil.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Autoxydation et action antioxygène (XXXIII) ; Propriétés catalytiques de l'antimoine, du bismuth et leurs dérivés et de quelques dérivés du vanadium.* Note<sup>(1)</sup> de MM. CHARLES MOUREU, CHARLES DUFRAISSE et MARIUS BADOCHÉ.

*Antimoine et ses dérivés.* — Nous avons étudié les propriétés catalytiques de 10 substances, employées à des doses voisines de 1 pour 100.

A. Le métal et ses composés oxygénés sont peu actifs.

On peut cependant noter que le métal ralentit notablement l'autoxydation de la solution alcaline de sulfite disodique et que la même propriété se retrouve, à un degré moindre toutefois, pour l'anhydride antimonique (alors que l'anhydride antimoniéux est sans action). De même, l'anhydride antimonique ralentit l'oxydation de l'aldéhyde benzoïque, tandis qu'il accélère légèrement celle du styrolène.

Les propriétés catalytiques de l'émétique ont été trouvées nulles ou faibles dans la plupart de nos essais. Il a légèrement accéléré l'oxydation de l'aldéhyde benzoïque et, après une longue période d'inactivité, notablement ralenti celle du styrolène. Il a ralenti l'oxydation de la solution alcaline de sulfite disodique et accéléré celle de la solution légèrement acide.

B. Les dérivés halogénés se montrent d'ordinaire très actifs.

Le chlorure  $\text{SbCl}^3$  et le bromure  $\text{SbBr}^3$  sont de bons antioxygènes de l'aldéhyde propylique, de l'acroléine, de l'aldéhyde benzoïque, du furfural, de l'essence de térébenthine. L'iodure  $\text{SbI}^3$  exerce la même action sur les mêmes quatre aldéhydes, mais il est prooxygène vis-à-vis de l'essence de térébenthine. L'oxydation du styrolène est de même accélérée par l'iodure (2 fois), le tribromure (15 fois), le trichlorure (20 fois). Les trois dérivés halogénés sont antioxygènes vis-à-vis du sulfite disodique en solution alcaline et prooxygènes vis-à-vis du même sel en solution légèrement acide.

La diphénylchlorostibine  $(\text{C}^6\text{H}^5)_2\text{SbCl}$ , bon antioxygène du furfural, ralentit notablement l'oxydation de l'aldéhyde benzoïque et faiblement celle du sulfite disodique

---

(<sup>1</sup>) Séance du 3 décembre 1928.



en solution alcaline; vis-à-vis du styrolène, après une période d'inactivité, elle se montre prooxygène; elle est prooxygène vis-à-vis du sulfite disodique en solution acide. Le chlorure de triphénylstibine ( $C^6H^5$ ) $_3SbCl^2$  a ralenti notablement l'oxydation du furfurol et du sulfite disodique en solution alcaline ou acide; après une période d'inactivité, il accélère l'oxydation du styrolène.

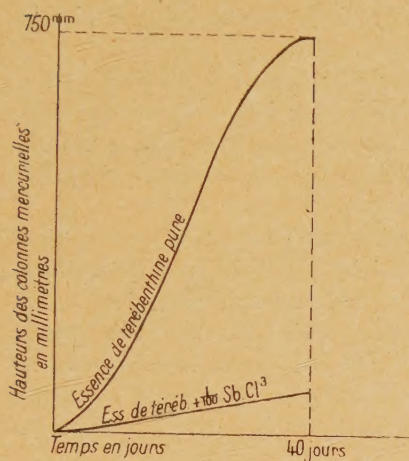


Fig. 1.

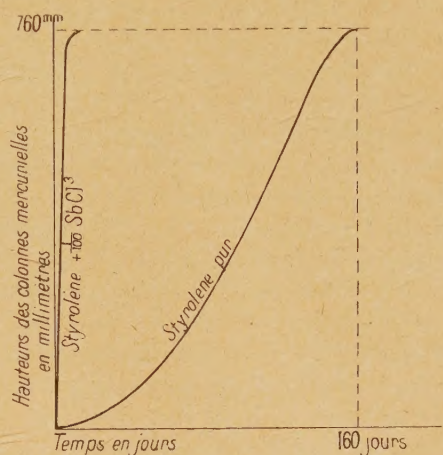


Fig. 2.

C. La triphénylstibine ( $C^6H^5$ ) $_3Sb$  ralentit beaucoup l'oxydation de l'aldéhyde propylique; elle s'est révélée comme un excellent antioxygène vis-à-vis de l'acroléine, du furfurol, de l'aldéhyde benzoïque, du styrolène, de l'essence de térébenthine.

Comme pour tous les travaux qui ont précédé celui-ci, nous ne pouvons présenter, faute de place, que quelques-unes, choisies, à titre d'exemple, parmi les plus caractéristiques, des nombreuses courbes par lesquelles nous avons traduit les résultats de nos expériences. Les figures 1 et 2 soulignent bien le fait, sur lequel nous avons souvent attiré l'attention, à savoir qu'il suffit parfois de changer bien peu de chose pour inverser l'action d'un catalyseur d'autoxydation. C'est ainsi que le trichlorure d'antimoine, antioxygène vis-à-vis d'un hydrocarbure, le styrolène, peut être prooxygène vis-à-vis d'autres hydrocarbures, telle l'essence de térébenthine.

*Bismuth et ses dérivés.* — L'étude a porté sur 10 substances, employées à des doses voisines de 1 pour 100.

A. Le métal ralentit notablement l'oxydation du styrolène, faiblement celle du sulfite disodique en solution alcaline. Le sesquioxyde ralentit notablement l'oxydation du styrolène, faiblement celle de l'essence de térébenthine et du sulfite disodique en solution alcaline. Le nitrate, après une période d'inactivité, a ralenti notablement



l'oxydation du furfural; il a fortement ralenti celle des deux solutions du sulfite disodique. Il est fortement prooxygène vis-à-vis du styrolène.

B. Le *trichlorure* et le *tribromure* n'ont généralement exercé que des actions faibles ou nulles. Notons que le trichlorure s'est montré fortement antioxygène vis-à-vis du sulfite disodique en solution alcaline, et que vis-à-vis de la solution acide, prooxygène au début, il s'est ensuite montré antioxygène. Notons également que le tribromure ralentit notablement l'oxydation du sulfite disodique en solution alcaline et accélère beaucoup celle du styrolène.

Le *triiodure* est généralement très actif. Il est bon antioxygène de l'aldéhyde benzoïque, du furfural, de l'aldéhyde propylique; avec l'acroléine, après une forte action antioxygène de quelques jours, on observe une brusque oxydation accélérée. Dans le cas du styrolène, forte accélération (coefficient  $> 5$ ). L'oxydation du sulfite disodique en solution alcaline est fortement ralentie.

C. Le *bismuth triéthyle* ( $C^2H^5$ )<sup>3</sup>Bi ralentit notablement l'oxydation de l'aldéhyde benzoïque, du furfural (après quelques jours d'inactivité), de l'aldéhyde propylique, du sulfite disodique en solution alcaline; il accélère celle du styrolène, de l'essence de térébenthine, du sulfite disodique en solution acide. Le *bismuth tripropyle* ( $C^3H^7$ )<sup>3</sup>Bi et le *bismuth triisoamyle* ( $C^5H^{11}$ )<sup>3</sup>Bi ont exercé sensiblement les mêmes actions; notons cependant que le bismuth triisoamyle s'est montré nettement antioxygène vis-à-vis du styrolène, alors que, chose curieuse, le dérivé tripropylé est prooxygène vis-à-vis du même corps.

Le *bismuth triphényle* ( $C^6H^5$ )<sup>3</sup>Bi est un bon antioxygène de l'acroléine et du fur-

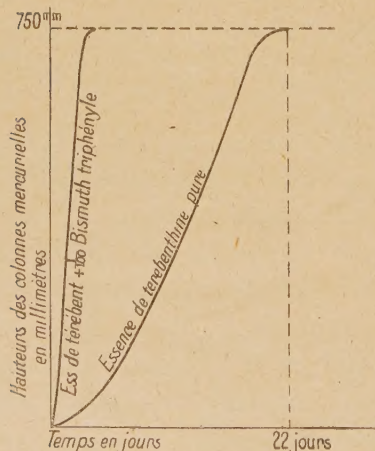


Fig. 3.

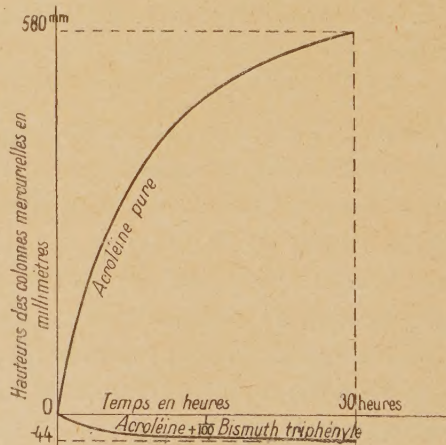


Fig. 4.

fural, moins bon de l'aldéhyde benzoïque. Il ralentit notablement l'oxydation du styrolène (après une longue période d'inactivité), et enfin accélère considérablement (coefficient  $> 30$ ) celle de l'essence de térébenthine.

On voit encore ici, par les courbes choisies pour les graphiques 3, 4 et 5, combien peuvent être faibles les changements suffisant à inverser le signe



de la catalyse. Le même catalyseur, le triphénylbismuth, est antioxygène vis-à-vis de l'acroléine et prooxygène vis-à-vis de l'essence de térébenthine.

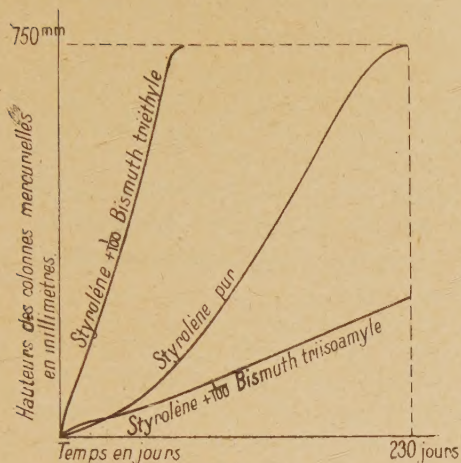


Fig. 5.

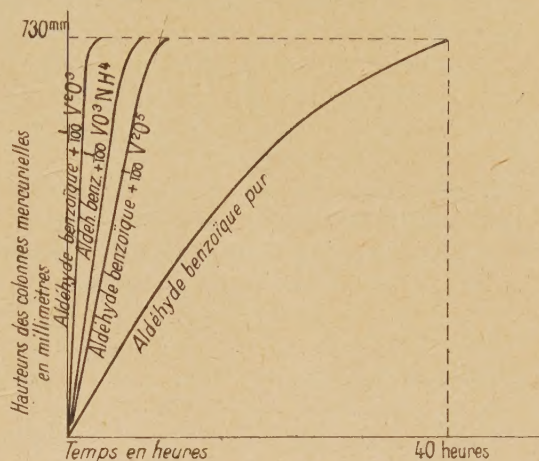


Fig. 6.

D'autre part, deux catalyseurs de constitutions très voisines, deux trialkoylbismuths, sont l'un antioxygène et l'autre prooxygène vis-à-vis du même corps autoxydable, le styrolène.

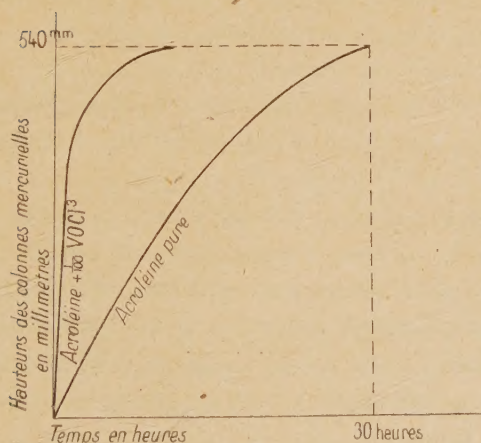


Fig. 7.

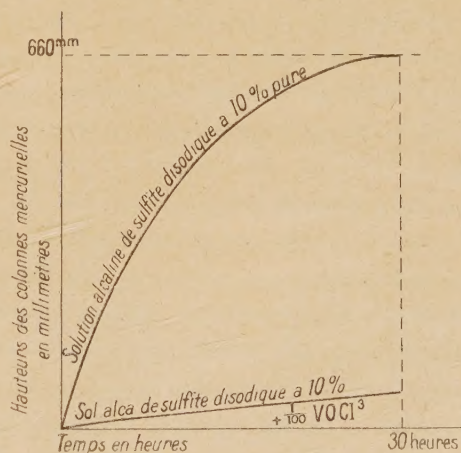


Fig. 8.

*Dérivés du vanadium.* — Nous avons étudié les propriétés catalytiques des composés suivants, employés à la dose de 1 pour 100 : *sesquioxyde de*



*vanadium, anhydride vanadique, vanadate d'ammonium, oxychlorure de vanadium.*

Ces quatre corps ont provoqué un ralentissement important de l'oxydation du sulfite disodique (en solution légèrement alcaline ou faiblement acide).

Le sesquioxyde a accéléré considérablement l'oxydation de l'aldéhyde benzoïque (avec échauffement notable du liquide), de l'essence de térébenthine et du styrolène. Il est également prooxygène, mais l'action est moins énergique, vis-à-vis du furfurol et de l'aldéhyde propylique.

L'anhydride vanadique et le vanadate d'ammonium sont prooxygènes vis-à-vis de l'aldéhyde benzoïque, de l'aldéhyde propylique, du furfurol, du styrolène. L'anhydride l'est aussi vis-à-vis de l'acroléine et de l'essence de térébenthine. Le vanadate d'ammonium a été trouvé sans action sur l'essence de térébenthine.

L'oxychlorure est antioxygène vis-à-vis de l'aldéhyde benzoïque, du furfurol, des deux solutions de sulfite disodique, et aussi, après une période d'inactivité, de l'essence de térébenthine. Il accélère l'oxydation de l'acroléine et du styrolène.

Les dérivés du vanadium possèdent donc des propriétés catalytiques d'autoxydation très marquées, dont les figures 6, 7 et 8 donnent une idée.

PALÉONTOLOGIE. — *Existence de spongolithes d'eau douce dans le Bassin houiller du Gard.* Note de M. L. CAYEUX.

Grand'Eury a signalé, en 1890, deux bancs de « silex », situés dans les concessions de Doulovy et de Montgros (étage de Gagnières à Cordaïtes et de la Grand'Combe) du Bassin houiller d'Alais (Gard).

L'étude d'échantillons de ces « silex » que j'ai prélevés, en 1895, dans la concession de Doulovy nous met en présence d'une roche absolument unique pour le moment, en tant que dépôt d'eau douce.

La roche est noire, massive, compacte, opaque sur les bords, à cassure très finement écailleuse et dépourvue de grain, d'aspect un peu corné et cireux. Vue en place, elle se montre plus ou moins stratifiée. Toujours pareille à elle-même, elle est essentiellement siliceuse. L'analyse d'un fragment accuse 94,10 pour 100 de silice totale, 1,85 d'alumine, 1,65 de sesquioxyde de fer et seulement des traces de chaux et de magnésie avec un peu d'eau de constitution (2,45 pour 100).

Au microscope, les sections parallèles aux plans de stratification sont formées de spicules d'Éponges, coupés en presque totalité suivant leur longueur. On y voit une foule de bâtonnets monoaxes, très longs et déliés, droits ou faiblement arqués, fusiformes et le plus souvent cylindriques, mais



terminés en pointes. Un individu mesurant  $0^{\text{mm}},7$  de longueur et  $0^{\text{mm}},02$  de diamètre peut être considéré comme très représentatif de l'ensemble. Les dits spicules sont orientés en tous sens, enchevêtrés les uns dans les autres en une sorte de feutrage, ou groupés par paquets, et alors accolés les uns aux autres en gardant souvent un parallélisme parfait. Grâce à leur diamètre inférieur à l'épaisseur des préparations, on les voit superposés et entrecroisés sous tous les angles. Dans ces conditions, la place réservée aux matériaux étrangers est des plus restreintes.

Au contraire, les coupes normales à la stratification fournissent d'innombrables sections rigoureusement circulaires, tant soit peu elliptiques, ou tendant visiblement vers un contour polygonal, par suite d'une déformation consécutive à la cristallisation de la silice. De nombreuses sections ont leur centre occupé par une minuscule tache, représentant la trace d'un canal resté filiforme, qu'on peut d'ailleurs observer dans maintes sections longitudinales. Les coupes de cet ordre renferment toujours une notable proportion de spicules taillés en long.

Tout spicule bien individualisé, examiné entre les nicols croisés, se transforme en un agrégat de granules de quartz, mais seulement dans le sens longitudinal, car les coupes transversales se résolvent, au contraire, en quartz d'une seule orientation optique. Lorsque les spicules sont accolés sans la moindre interposition de ciment, leur morphologie cesse d'être respectée, et il est de règle qu'ils fassent place à des plages de granules de quartz qui ne laissent transparaître en rien la structure organisée du milieu. A supposer que la gangue de nature très spéciale fasse défaut, la roche serait entièrement cristallisée et ne trahirait en rien son origine organique.

Il n'y a d'éléments étrangers dans ce dépôt que du quartz clastique très clairsemé, de minuscules paillettes de phyllite, généralement couchées dans les plans de stratification, un peu de pyrite de fer et une gangue rudimentaire de couleur brune, jouant avant tout le rôle de matière pigmentaire. Dans les coupes minces parallèles à la stratification cette substance brune forme de tout petits amas aux rares points où les spicules cessent d'être juxtaposés. Ces îlots se transforment en traînées, ordonnées parallèlement à la stratification, dans les sections perpendiculaires. Fixée sur les spicules, même à dose très faible, elle en souligne les contours, et plus elle se développe et mieux les spicules sont individualisés. De nature probablement complexe, cette matière, toujours amorphe, contient très peu de fer et ne devient pas du tout magnétique après calcination. Chauffés au rouge, des éclats de la



roche se décolorent à peine et se montrent légèrement translucides sur les bords, tout en prenant une teinte gris noirâtre. J'incline à croire que ce pigment brun dérive d'une substance sapropélienne, et qu'elle est à base de carbone sous une forme indéterminée. Autrement dit, le dépôt dériverait d'une boue éminemment organique, dont la putréfaction, en milieu lacustre à l'abri de l'air, aurait engendré des matières humiques, matières qu'on retrouverait aujourd'hui sous la forme d'un pigment brun.

En tout état de cause sur ce point, les « silex » de Doulovy — et je puis ajouter ceux de Montgros — réalisent dans la perfection les caractères des *spongolithes*, c'est-à-dire de roches pétries de restes de Spongiaires. Et ce sont, par surcroît, les spongolithes les plus riches en spicules actuellement connues, en quoi elles revêtent un intérêt exceptionnel. Il importe d'ajouter que de leur étude se dégage un fait nouveau, à savoir que l'apparition des Éponges d'eau douce remonte indubitablement à une très haute antiquité.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *La teneur en zinc des aliments végétaux.*

Note de MM. **GABRIEL BERTRAND** et **BOJE BENZON**.

Les résultats des expériences d'alimentation artificielle que nous avons publiées ici en 1924 <sup>(1)</sup>, corroborés par ceux de Mac Hargue <sup>(2)</sup>, de R. Hubbell et Lafayette Mendel <sup>(3)</sup> aux États-Unis, s'accordent avec l'idée que les petites proportions de zinc contenues dans l'organisme vivant ne sont pas étrangères à sa composition physiologique, mais remplissent, au contraire, un rôle important, comparable à celui du fer, par exemple.

Il est dès lors intéressant de connaître ce qu'il peut y avoir de zinc dans les substances, animales et végétales, qui concourent à l'alimentation. Pour les premières, on peut trouver déjà un assez grand nombre de renseignements utiles dans les publications qui ont été faites sur la question du zinc en général chez les animaux <sup>(4)</sup>. Pour les secondes, on ne sait presque rien encore. Il a bien été réalisé un assez grand nombre de dosages de zinc dans les plantes, Javillier en a publié à lui seul plus de cinquante <sup>(5)</sup>, mais

---

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, 173, 1922, p. 289; *Bull. Soc. Chim. biol.*, 6, 1924, p. 203, etc.

<sup>(2)</sup> *Amer. J. Physiol.*, 77, 1926, p. 245.

<sup>(3)</sup> *J. biol. Chem.*, 73, 1927, p. 567.

<sup>(4)</sup> On trouvera la plupart de ces renseignements et l'indication des autres dans GAB. BERTRAND et R. VLADESCO, *Bull. Soc. chim.*, 4<sup>e</sup> série, 31, 1922, p. 268, et 33, 1923, p. 341.

<sup>(5)</sup> *Thèse Fac. Sc. Paris*, 1908.



presque tous ces dosages, entrepris dans un but différent de celui qui nous occupe ici, ont porté sur des espèces végétales non alimentaires. Nous nous sommes appliqués à combler cette lacune et nous avons déterminé la teneur en zinc de plus d'une centaine de plantes ou parties de plantes, choisies parmi celles qui sont le plus ordinairement utilisées soit pour la nourriture de l'homme, soit pour celle des animaux domestiques ou de laboratoire.

Le poids des prises d'essai a varié suivant la richesse approximative en matières sèches : de 200<sup>g</sup> pour les graines à 1000 et parfois à 1500<sup>g</sup> pour les parties foliacées et les organes parenchymateux. Après dessiccation à l'étuve et destruction des matières organiques au four à moufle, en prenant toutes les précautions antérieurement indiquées, le zinc a été séparé et dosé selon la méthode dite « au zincate de calcium » (1). Les proportions d'eau et de cendres ayant été déterminées en même temps, il est possible de rapporter les chiffres de zinc obtenus soit à la substance fraîche, soit à la substance sèche ou aux cendres. Sans entrer ici, faute de place, dans le détail de nos résultats que l'on trouvera dans une autre publication, nous indiquerons ce que nous avons observé d'essentiel.

La teneur en zinc est très différente d'un aliment végétal à un autre. Si nous comparons ces aliments à l'état naturel, comme ils se présentent au moment de leur utilisation, nous trouvons que leur teneur en zinc peut varier d'un à plus de cent. Tandis qu'il y a seulement 0<sup>mg</sup>,2 de métal par kilogramme de matière fraîche dans le mésocarpe de la pêche ou le pétiole de la bette, il y en a plus de 50 dans la graine de haricot et l'amande de pin pignon, qui entrent dans la nourriture de l'homme, et jusqu'à 82,6 dans la graine de chènevis, qui sert d'aliment à divers animaux. Il est vrai que les graines sont des organes pauvres en eau, alors que le mésocarpe de pêche et la feuille de bette en renferment beaucoup.

D'une manière générale, on peut dire qu'il y a très peu de zinc, moins de 1<sup>mg</sup> par kilogramme, dans la partie pulpeuse des fruits (pêche, prune, abricot, mandarine, fraise, melon) et dans les feuilles étiolées (endives); peu de zinc encore, 1 à 2<sup>mg</sup> par kilogramme, dans les racines parenchymateuses (carotte, navet, radis), la chair d'orange et le jus de citron, dans les feuilles pauvres en chlorophylle (chou pommé, laitue romaine, scarole), dans la figue, la châtaigne et le raisin.

Toutefois, il y a déjà un peu plus de métal, 2 à 3<sup>mg</sup> par kilogramme,

---

(1) G. BERTRAND, *Comptes rendus*, 115, 1892, p. 939 et 1028. — G. BERTRAND et M. JAVILLIER, *Bull. Soc. chim.*, 4<sup>e</sup> série, 1, 1906, p. 63.



dans la partie comestible du potiron, du céleri-rave, de la banane, du chou-fleur, de la patate, du salsifis, de la tomate, de l'aubergine, du topinambour; et de 3 à 4<sup>ms</sup> par kilogramme dans le rutabaga, l'asperge, le crosne, la racine de betterave fourragère, le tissu charnu de la datte.

La proportion de zinc commence à devenir importante dans les organes riches en chlorophylle : les feuilles de carotte et de luzerne (4<sup>ms</sup>), de radis (4<sup>ms</sup>, 5), de laitue pommée (4<sup>ms</sup>, 7), de mâche (5<sup>ms</sup>, 4), de cresson (5<sup>ms</sup>, 6), d'épinard (6<sup>ms</sup>, 2), de pissenlit (9<sup>ms</sup>, 7); dans le tubercule de la pomme de terre adulte (variété rouge 4<sup>ms</sup>)<sup>(1)</sup>; enfin, dans certains champignons, le cèpe (5<sup>ms</sup>, 1), la girole (5<sup>ms</sup>, 3) et la levure (12<sup>ms</sup>, 4). Dans le champignon de couche, il n'y en avait que 2<sup>ms</sup>, 8 par kilogramme.

Mais c'est dans les bulbes de l'ail (10<sup>ms</sup>) et de l'oignon (13<sup>ms</sup>, 8), parmi les organes riches en eau, et dans les graines (de 10<sup>ms</sup> à 50<sup>ms</sup> et davantage) que nous avons dosé les plus hautes teneurs en zinc. A cet égard, il existe une différence très nette entre les graines de céréales et celles de légumineuses. Tandis que les premières : seigle, sorgho, alpestris, froment, millet, orge, maïs, avoine, renferment de 12 à 19<sup>ms</sup>, 5 de zinc par kilogramme, il y en a dans celles de soja 20<sup>ms</sup>, de vesce 23<sup>ms</sup>, de lentille 24<sup>ms</sup>, 5, de pois 44<sup>ms</sup>, 5 et de haricot 52<sup>ms</sup>, 5.

Les graines provenant d'autres familles végétales ont des teneurs diverses, mais toujours relativement élevées en zinc. Nous avons trouvé, par exemple; dans l'albumen du cocotier, la graine de sarrasin, l'amande fraîche, 10<sup>ms</sup> de métal par kilogramme, dans l'arachide 16<sup>ms</sup>, le grand soleil 17<sup>ms</sup>, l'amande sèche 18<sup>ms</sup>, 5 la noix sèche 20<sup>ms</sup>, enfin, comme nous l'avons déjà mentionné, dans le pin pignon 55<sup>ms</sup>, 5 et le chènevis 82<sup>ms</sup>, 6.

Il est remarquable que la graine de riz, telle qu'on la consomme en si grande quantité en Extrême-Orient, c'est-à-dire débarrassée de ses enveloppes et de son germe, réduite à son amande blanche par le polissage, renferme très peu de zinc, 2<sup>ms</sup> et demi seulement par kilogramme. La plus grande partie du métal est donc rejetée avec les issues : le son de riz, par exemple, nous a donné 30<sup>ms</sup> par kilogramme. Cette localisation paraît d'ailleurs très générale dans le cas des graines<sup>(2)</sup>. S'agit-il du froment, elle a pour conséquence que le pain préparé avec de la farine blanche, au

(1) Nous avons trouvé seulement 2<sup>ms</sup> de zinc par kilogramme dans la pomme de terre nouvelle.

(2) Voir à ce sujet, en outre de nos résultats détaillés qui paraîtront prochainement, V. BIRCKNER, *J. biol. Chem.*, 38, 1919, p. 191. — MacHARGUE, *J. amer. Soc. Agr.*, 17, 1925, p. 368. — M. JAVILLIER et S. IMAS, *Compt. rend. Ac. Agric.*, 12, 1926, p. 727.



taux d'extraction de 75 pour 100, ne contient que de 6 à 7<sup>ms</sup> de zinc par kilogramme, tandis que le pain de farine entière peut en renfermer de 10 à 15.

Il est également remarquable que les feuilles sont d'autant plus riches en zinc qu'elles renferment une plus forte proportion de chlorophylle. Alors que l'endive, complètement étiolée par le procédé de culture, ne renferme que 0<sup>ms</sup>,4 de zinc par kilogramme, la laitue romaine et la scarolle d'un vert pâle, la laitue pommée d'un vert plus foncé, la mâche, le cresson, l'épinard et surtout le pissenlit, d'un vert foncé, présentent des teneurs croissantes en métal, allant jusqu'à 9<sup>ms</sup>,7 par kilogramme pour la dernière espèce. Cette teneur en zinc des feuilles vertes est même déjà si élevée que si l'on compare entre eux les aliments végétaux non pas à l'état naturel, comme nous l'avons fait plus haut, mais à l'état sec, elle apparaît plus grande que dans n'importe quel autre organe, y compris les graines.

Les déterminations quantitatives dont nous venons de résumer les principaux résultats n'offrent pas seulement de l'intérêt au point de vue particulier de l'alimentation de l'homme et des animaux, elles apportent, comme il est à peine besoin de le souligner, une contribution importante à la connaissance générale du zinc chez les espèces végétales.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème relatif à l'équation aux dérivées partielles*  $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)^n u = f(x, y)$ . Note (1) de M. **RIQUIER**.

Considérons, dans le plan des deux axes rectangulaires  $OX, OY$ , un contour analytique régulier ne passant pas par l'origine  $O$ , et dont les divers points s'obtiennent, chacun une seule fois, en faisant croître de zéro à  $2\pi$  un certain paramètre  $\theta$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ); ce contour est supposé tel, d'ailleurs, que toute demi-droite partant de l'origine le rencontre en un point et en un seul. Considérons en même temps les homothétiques du contour par rapport au point  $O$  : en désignant par  $\mathcal{C}_r$  celui qui correspond à la valeur  $r$  du rapport d'homothétie (il se confond, pour  $r = 1$ , avec le contour donné), nous nommerons *intérieur* du contour  $\mathcal{C}_1$  la portion du plan qu'engendre le contour  $\mathcal{C}_r$  lorsqu'on fait varier le rapport d'homothétie dans les limites assignées par la double relation  $0 \leq r < 1$ .

---

(1) Séance du 3 décembre 1928.



PROBLÈME. — Désignant par  $f(x, y)$  une fonction connue, analytique et régulière à l'intérieur et un peu au delà du contour  $\mathcal{C}_1$ , on se propose de trouver une intégrale de l'équation aux dérivées partielles

$$(1) \quad \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^n u = f(x, y)$$

qui satisfasse à l'ensemble des conditions suivantes :

1° Sauf l'existence permise d'une discontinuité coïncidant avec l'origine  $O$ , cette intégrale doit être analytique et régulière à l'intérieur et un peu au delà du contour  $\mathcal{C}_1$ .

2° En lui adjoignant ses  $2n - 1$  premières dérivées prises suivant la normale au contour, ces  $2n$  quantités doivent se réduire, sur le contour même, à  $2n$  fonctions analytiques et régulières données de  $\theta$  (admettant la période  $2\pi$ ).

Une pareille intégrale existe, et il n'en existe qu'une.

Nous rappellerons à ce propos un résultat antérieurement obtenu.

Si le contour  $\mathcal{C}_1$  est identique au contour circulaire  $x = \cos \theta, y = \sin \theta$ , si, de plus, la fonction  $f(x, y)$ , second membre de l'équation (1), vérifie, pour quelque valeur de l'entier  $k$ , l'équation aux dérivées partielles

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^k f(x, y) = 0,$$

l'équation (1) admet une intégrale, et une seule, satisfaisant à l'ensemble des conditions suivantes :

1° Cette intégrale doit être analytique et régulière à l'intérieur et un peu au delà du contour circulaire spécifié.

2° En lui adjoignant ses  $n - 1$  premières dérivées prises suivant la normale au contour, ces  $n$  quantités doivent se réduire, sur le contour même, à  $n$  fonctions analytiques et régulières données de  $\theta$  (admettant la période  $2\pi$ )<sup>(1)</sup>.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshydratation catalytique des alcools par les bisulfates alcalins.* Note de M. JEAN-BAPTISTE SENDERENS.

I. J'ai montré précédemment<sup>(2)</sup> comment les alcools des séries grasse, aromatique et hydroaromatique se déshydratent catalytiquement par l'acide sulfurique pour donner des éthers-oxydes et des carbures.

(1) Voir le *Journal de Mathématiques*, 5, 1926, p. 385 et suiv.

(2) *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 813; 182, 1925, p. 612.



On pouvait supposer que les bisulfates alcalins,  $\text{SO}^4\text{HM}'$ , qui conservent une fonction d'acide sulfurique non saturé auraient des propriétés catalytiques semblables. Ainsi s'expliquerait la déshydratation que j'ai signalée autrefois de la glycérine, triacool, par le vingtième de son poids de bisulfate de potassium et sa conversion en acroléine, alors que le sulfate neutre de potassium est catalytiquement inactif <sup>(1)</sup>.

S'il en est ainsi, le bisulfate de sodium  $\text{SO}^4\text{HNa}$  doit pouvoir agir comme le bisulfate de potassium sur la glycérine et la catalyser. C'est, en effet, ce qui résulte de mes récentes expériences qui montrent que la glycérine est déshydratée lorsqu'on la chauffe avec le vingtième de son poids de bisulfate de sodium cristallisé ou fondu.

II. Ces premiers résultats m'ont amené à expérimenter avec différents alcools et j'ai reconnu que l'action catalytique des bisulfates alcalins se retrouvait dans les alcools des diverses séries.

Je me bornerai dans cette Note aux cyclanols.

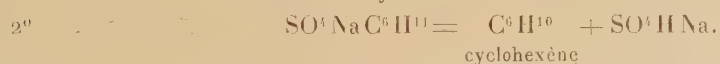
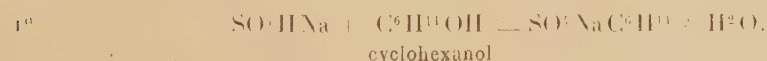
Dans son remarquable travail sur les dérivés du cyclohexane M. Brunel préparait le cyclohexène en déshydratant 100 parties du cyclohexanol par 40 parties de bisulfate de potassium récemment fondu et pulvérisé <sup>(2)</sup>.

J'ai constaté que l'on pouvait réduire à 10 parties et à moins encore le poids de bisulfate de potassium et employer indifféremment le sel fondu ou cristallisé pour obtenir un rendement convenable en cyclohexène.

Le rendement est meilleur lorsqu'on s'adresse au bisulfate de sodium fondu ou cristallisé.

Dans un ballon surmonté d'un tube Vigreux d'une vingtaine de centimètres, muni d'un thermomètre et communiquant par un réfrigérant descendant avec un collecteur refroidi, on fait bouillir un mélange de 100<sup>e</sup> de cyclohexanol et de 8 à 10<sup>e</sup> de bisulfate de sodium,  $\text{SO}^4\text{HNa}$ , le thermomètre étant maintenu entre 82 et 86°. Au bout d'une heure et demie j'ai recueilli, au-dessus d'une couche d'eau, une quantité de cyclohexène brut qui a fourni, en carbure distillant à 83-84°, les 82 pour 100 de la théorie.

La réaction peut s'interpréter par les deux phases suivantes :



<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, 151, 1910, p. 530.

<sup>(2)</sup> L. BRUNEL, *Ann. Chim. et Phys.*, 8<sup>e</sup> série, 6, 1904, p. 213.



Le résidu étant du cyclohexanol entraîné dans le distillat ou resté dans le ballon, on peut dire que la réaction est sensiblement théorique.

Avec le bisulfate de potassium, outre que la réaction est plus lente et laisse un résidu notable, celui-ci distille jusqu'à  $245^{\circ}$ , température d'ébullition du *dicyclohexène* que nous avons signalé, M. Aboulenc et moi, dans la déshydratation du cyclohexanol par l'acide sulfurique <sup>(1)</sup>.

La déshydratation du cyclohexanol s'obtient avec deux parties de bisulfate de sodium pour 100 parties de cyclohexanol, mais elle est très lente, car  $\text{SO}^4\text{HNa}$  de même que  $\text{SO}^4\text{HK}$ , étant insoluble dans les cyclanols, l'action catalytique ne s'exerce qu'aux points de contact de ces derniers avec le sel solide et augmente, du moins dans une certaine mesure comme vitesse, avec la quantité de sel employé.

III. Aussi bien qu'au cyclohexanol la déshydratation catalytique par les bisulfates alcalins s'applique à ses homologues ainsi que je l'ai expérimenté avec les méthylcyclohexanols. Les rendements en carbure tétrahydroaromatique sont du même ordre que pour le cyclohexanol.

Ici encore, le bisulfate de sodium l'emporte comme activité sur le bisulfate de potassium.

Cette différence d'activité entre les deux bisulfates semblerait s'expliquer par leur inégale avidité pour l'eau, mise en évidence par les expériences suivantes :

Au-dessus d'un cristalliseur à moitié rempli d'eau j'ai disposé quatre verres de montre contenant chacun le même poids,  $2^{\text{s}}, 5$  de bisulfates de sodium et de potassium, cristallisés et fondus, le tout recouvert par une cloche de verre.

Dès les premiers instants les bisulfates de sodium sont tombés en déliquescence, et, le quatrième jour, ils étaient totalement liquéfiés. Les bisulfates de potassium, au contraire, étaient encore complètement à l'état solide le dixième jour.

Les expériences se sont poursuivies durant plus d'un mois; voici les augmentations de poids éprouvées par  $2^{\text{s}}, 5$  de chaque bisulfate, durant les quatre premiers jours :

---

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, 186. 1926, p. 831.



Eau absorbée.	Bisulfate de sodium		Bisulfate de potassium	
	cristallisé.	fendu.	cristallisé.	fendu.
Le 1 <sup>er</sup> jour.....	0,825	0,710	0,065	0,100
Le 2 <sup>e</sup> jour.....	0,575	0,585	0,060	0,090
Le 3 <sup>e</sup> jour.....	0,535	0,415	0,090	0,085
Le 4 <sup>e</sup> jour.....	0,415	0,390	0,100	0,090

Il se pourrait donc que la déshydratation catalytique des cyclanols soit favorisée, dans le cas des bisulfates de sodium, par l'avidité de ces derniers pour l'eau, tandis qu'avec les bisulfates de potassium, l'absorption d'eau est manifestement trop faible pour entrer en ligne de compte dans la réaction.

MICROBIOLOGIE. — *Adaptation expérimentale de spirochètes récurrents à des ornithodores autres que ceux qui les transmettent dans la nature.* Note de MM. CHARLES NICOLLE, CHARLES ANDERSON et JACQUES COLAS-BELCOUR.

I. Il est de règle, dans la nature, que tout spirochète récurrent, du groupe de ceux qui sont transmis par des ornithodores, soit lié à une espèce particulière de ces tiques. Chaque espèce héberge son spirochète et le transmet.

Cette règle souffre cependant au moins des demi-exceptions : *Orn. maroccanus* transmet en Espagne *Sp. hispanicum*, au Maroc *Sp. marocanum*, qui en est tout au plus une variété. Un même spirochète *Sp. normandi* est, à Carthage, transmis par deux tiques, il est vrai, voisines : *Orn. erraticus* et *Orn. normandi*.

II. Expérimentalement, l'indifférence de l'hôte ornithodore vis-à-vis du spirochète paraît la règle. Nous laisserons de côté les observations, éparpillées dans la littérature parasitologique. La plupart sont contestables puisque les résultats, donnés comme acquis, ont été obtenus par inoculation des tiques broyées et non par leurs piqûres. Nous nous en tiendrons à nos expériences, conduites systématiquement et dans lesquelles la transmission a été toujours cherchée par piqûres.

Nous avons fait transmettre par *Orn. moubata*, agent naturel de transmission de la fièvre des tiques, en plus du spirochète de celle-ci *Sp. duttoni* et de sa variété de Dakar *Sp. crocidurae*, les spirochètes suivants : *Sp. hispanicum*, *Sp. marocanum*, *Sp. sogdianum* du Turkestan et *Sp. normandi* des



terriers tunisiens; par *Orn. savignyi*, chez qui nous n'avons jamais trouvé jusqu'à présent de spirochètes, les mêmes microorganismes; par *Orn. maroccanus*, agent de transmission des récurrentes espagnole et marocaine, encore les mêmes spirochètes sauf toutefois *Sp. normandi* (l'expérience serait à recommencer); par *Orn. normandi* des terriers tunisiens, en dehors de *Sp. normandi* et de sa variété carthaginoise, *Sp. duttoni* et *Sp. sogdianum*, les deux seuls spirochètes dont nous ayons tenté l'adaptation à cette tique.

III. Les conditions nécessaires pour la transmission sont : 1° d'employer les nymphes; les adultes s'infectent, mais sont incapables (sauf exception) de transmettre les spirochètes par leurs piqûres; 2° d'utiliser pour le repas infectant un animal dont le sang soit riche en spirochètes. *Sp. gondii* est rarissime chez les animaux qu'il infecte, nous n'avons pu l'adapter à aucun des ornithodores essayés : *Orn. moubata*, *Orn. savignyi*, *Orn. maroccanus*.

IV. Toutes les fois que l'expérience a été suivie assez longtemps, nous avons observé la transmission héréditaire chez nos tiques. Il semble cependant que cette transmission, qui se prolonge après plusieurs générations chez l'ornithodore naturellement transmetteur, s'arrête plus tôt si l'espèce est étrangère (à la troisième génération pour *Sp. hispanicum* chez *Orn. moubata*). Il est évident que, dans la nature, la transmission héréditaire pure ne se rencontre jamais, puisque les nymphes, nées infectées, se réinfectent tôt ou tard sur les animaux du voisinage dont certains ont été infectés précisément par elles-mêmes.

V. Dès qu'on cherche à passer d'un ornithodore à un acarien d'un autre genre, à plus forte raison si l'on expérimente avec un invertébré éloigné, on se heurte à des difficultés et vite à des impossibilités d'adaptation. Les seuls résultats obtenus, dans cette voie téméraire, n'ont réalisé qu'une adaptation incomplète : celle de *Sp. gallinarum* à *Orn. maroccanus* (nous-mêmes), celles de *Sp. hispanicum* (nous-mêmes) et de *Sp. duttoni* (Mathis) au pou.

VI. Ces résultats, qu'ils soient entièrement ou incomplètement positifs ou bien au contraire négatifs, n'ont rien qui puissent surprendre. Le propre de la vie des êtres est l'adaptation. Celle-ci n'est cependant réalisable que dans des conditions assez strictes. Il faut, pour qu'elle réussisse, la répétition des contacts, les circonstances et le temps.

VII. Une conclusion pratique se dégage, d'autre part, de nos expériences, c'est que le lien qui unit dans la nature un spirochète à un ornithodore est d'ordre seulement géographique. Qu'un spirochète empiète sur l'aire d'un ornithodore avec lequel il ne s'est jamais trouvé en contact ou qu'un ornithodore se trouve transporté sur l'aire d'un spirochète, l'adaptation des deux êtres l'un à l'autre suivra. Il n'y a donc pas, entre les diverses spirochéto-

transmises par les tiques, de barrière qui ne puisse être déplacée. Seule la vie des ornithodores dans le sol bride l'expansion des spirochètes qu'ils transmettent.

### ÉLECTIONS.

M. **SERGE BERNSTEIN** est élu Correspondant pour la Section de Géométrie par 46 voix contre 3 à M. *George Birkhoff* et 3 à M. *Guido Castelnuovo*.

### NOMINATIONS.

M. **A. LACROIX** est délégué au Fourth Pacific Science Congress qui se tiendra à Java, en mai 1929.

### CORRESPONDANCE.

MM. **CAMILLE GUTTON**, élu Correspondant pour la Section de Physique, et **LOUIS LÉGER**, élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et de Zoologie, adressent des remerciements à l'Académie.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° DEPARTAMENTO DE SALUBRIDAD PUBLICA. *Primer censo de la Lepra*, Mexico, 1927.

2° *Animali e corpi organici pietrificati, metodo* PARIS-CASTELLI.

GÉOMÉTRIE. — *Sur le calcul des opérations sphériques*. Note de M. **PAUL DELENS**, présentée par M. Hadamard.

Les récents progrès de la géométrie anallagmatique dus aux beaux travaux de MM. Coolidge, Vessiot, Bloch, Hadamard <sup>(1)</sup> m'ont conduit à développer, sur les bases qui suivent, le calcul des opérations sphériques <sup>(2)</sup>.

<sup>(1)</sup> J.-L. COOLIDGE, *A Treatise on the Circle and the Sphere* (Oxford, 1916). — E. VESSIOT, *Journal de Mathématiques*, 9<sup>e</sup> série, 2, 1923, p. 99-165. — A. BLOCH, *Ibid.*, 9<sup>e</sup> série, 3, 1924, p. 51-77. — J. HADAMARD, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 6<sup>e</sup> série, 2, 1927, p. 257-270 et 289-320.

<sup>(2)</sup> Les éléments de ce calcul figurent dans ma Thèse : *Méthodes et problèmes des géométries différentielles euclidienne et conforme* (Paris, 1927).



1. Dans l'espace linéaire à 5 unités des sphères  $s$ , un tenseur quadratique fondamental  $\mathcal{U}$  joue le rôle d'*absolu* et d'opération identique; j'utilise ici le groupe restreint  $\Gamma$  des opérations sphériques conservant la *forme* absolue et le produit intérieur de deux éléments qu'elle définit.

Les sphères comprennent les sphères-points  $m(m^2=0)$ ; les autres ont une forme nouvelle unitaire  $a(a^2=1)$ . Les opérateurs linéaires  $\mathfrak{S}$  entre sphères sont les tenseurs (du 2<sup>e</sup> ordre); leurs noyaux polynomiaux ont pour termes des produits ordonnés (sans liaison) de sphères. L'opération s'effectue par un produit intérieur entre la sphère objet et l'opérateur, placé à sa droite; le symbole  $|$  de ce produit peut être sous-entendu ici ainsi que dans le produit (composition) des opérateurs, qui s'en déduit par  $s'=s\mathfrak{S}$ ,  $s''=s'\mathfrak{S}'=s\mathfrak{S}\mathfrak{S}'$ .

La décomposition d'un tenseur en parties symétrique et alternée :  $\mathfrak{S}=\mathbf{S}\mathfrak{S}+\mathbf{A}\mathfrak{S}$ , est fondamentale; le tenseur conjugué  $\mathbf{K}\mathfrak{S}=\mathbf{S}\mathfrak{S}-\mathbf{A}\mathfrak{S}$  est tel que  $s\mathbf{K}\mathfrak{S}=\mathfrak{S}s$ .

Les cercles et sommes de cercles, ou *torseurs*, ont des noyaux alternés; un cercle est une grandeur alternée *simple*, produit extérieur de 2 sphères :  $\mathfrak{A}=aa'-a'a=[aa']$ ; un torseur général est réductible à la somme de 2 cercles.

Les tenseurs symétriques sont les complexes quadratiques de sphères, ou cyclides *généralisées*. Un tenseur non alterné a un invariant linéaire  $\mathbf{I}_1\mathfrak{S}=\mathbf{I}_1\mathbf{S}\mathfrak{S}$ , somme des produits intérieurs de ses termes; le double produit intérieur  $\mathfrak{S}\|\mathfrak{S}'$  de 2 tenseurs est l'invariant linéaire

$$\mathbf{I}_1(\mathfrak{S}\mathfrak{S}')=\mathbf{I}_1(\mathbf{A}\mathfrak{S},\mathbf{A}\mathfrak{S}')+\mathbf{I}_1(\mathbf{S}\mathfrak{S},\mathbf{S}\mathfrak{S}').$$

2. Les tenseurs  $\mathfrak{S}$  forment une classe à 25 unités de nombres complexes supérieurs, dont font partie les homographies  $\mathcal{G}$  du groupe  $\Gamma$ ; d'autre part, les opérations sphériques des groupes à un paramètre se déduisent du *symbole* de l'opération infinitésimale, qui est ici un torseur  $\mathcal{H}$  <sup>(1)</sup>.

L'équation caractéristique *principale* du cinquième degré,  $\varphi(\mathcal{H})=0$ , a les mêmes coefficients que l'équation  $\varphi(\rho)=0$  aux multiplicateurs principaux des éléments latents (de position invariante) de  $\mathcal{H}$ , pour lesquels  $s\mathcal{H}=\rho s$  ou  $\rho s\mathcal{U}$ ; les éléments latents correspondant à un multiplicateur différent de zéro sont des points; les équations  $\varphi(\mathcal{H})=0$  et  $\varphi(\mathbf{K}\mathcal{H})=-\varphi(\mathcal{H})=0$  ayant les mêmes coefficients, tous les termes de

(<sup>1</sup>) Cf. une remarque de E. STUDY, *Methoden zur Theorie der ternären Formen*, Leipzig, 1889, p. 133 et l'*Encyclopédie des Sciences mathématiques*, 1, 5

$\varphi(\rho) = 0$  sont de même parité, et le terme constant manque : on en conclut qu'il y a au moins une racine nulle, correspondant à une sphère *annulée* par  $\mathcal{H}$ .

Les mêmes conclusions : racines 2-à-2, opposées, au moins une racine nulle, s'appliquent à l'équation *caractéristique* réduite  $\psi(\rho) = 0$ ;  $\psi(\mathcal{H}) = 0$ , de degré  $\nu \leq 5$ , est l'équation de degré minimum à laquelle satisfait  $\mathcal{H}$ ; ces équations caractéristiques jouent ici un rôle primordial.

L'opération sphérique  $\mathcal{G} = e^{\mathcal{H}\tau}$  d'un groupe à un paramètre  $\tau$  satisfait à l'équation différentielle linéaire  $\mathcal{G}' = \mathcal{G}\mathcal{H}$  (les accents indiquant les dérivées par rapport à  $\tau$ ), et par suite aussi à l'équation linéaire plus générale  $\Psi(\mathcal{G}) = 0$ , dont l'équation caractéristique est  $\psi(\rho) = 0$ ; on doit tenir compte, pour l'intégrale générale, des conditions initiales :  $\mathcal{G}_0 = \mathcal{U}$ ,  $\mathcal{G}'_0 = \mathcal{H}$ ,  $\mathcal{G}''_0 = \mathcal{H}^2$ , etc.

Les trajectoires de points, ou séries de sphères, du groupe à un paramètre, satisfont de même à l'équation  $s' = s\mathcal{H}$ , et par suite aussi à  $\Psi(s) = 0$ , avec les conditions initiales  $s'_0 = s_0\mathcal{H}$ ,  $s''_0 = s_0\mathcal{H}^2$ , etc. L'équation  $s = s_0\mathcal{G} = s_0e^{\mathcal{H}\tau}$  [mod  $\psi(\mathcal{H})$ ], fournit l'expression paramétrique de  $s$ .

Tous les torseurs  $\mathcal{H}$  de même équation caractéristique  $\psi(\mathcal{H}) = 0$  donnent ici les mêmes calculs et des conclusions semblables; si le degré  $\nu$  s'abaisse aux valeurs 4, 3, 2, toutes les trajectoires du groupe.

GÉOMÉTRIE INFINITESIMALE. — *Déformation d'une surface avec un réseau conjugué conique*. Note de M. MARCEL VASSEUR, présentée par M. Goursat.

1. Peterson appelle *ligne conique* la courbe de contact de la surface avec un cône circonscrit; le réseau conjugué est supposé donné par les cônes de sommet situé sur la courbe (a),  $[a_1(u), a_2(u), a_3(u)]$ , ou sur la courbe (b),  $[b_1(v), b_2(v), b_3(v)]$ ; U étant fonction de  $u$ , et V de  $v$ , la surface S peut être représentée par

$$(1) \quad x = \frac{a_1 U - \bar{a}_1 - (\bar{b}_1 V - \bar{b}_1)}{U - V}, \quad y = \frac{a_2 U - \bar{a}_2 - (\bar{b}_2 V - \bar{b}_2)}{U - V}, \quad z = \frac{a_3 U - \bar{a}_3 - (\bar{b}_3 V - \bar{b}_3)}{U - V},$$

où  $\bar{a}_i$  désigne  $\int U da_i$ ,  $\bar{b}_i = \int V db_i$ , etc. L'équation de Laplace du réseau

est :  $\frac{\partial^2 \theta}{\partial u \partial v} - \frac{V'}{U - V} \frac{\partial \theta}{\partial u} - \frac{U'}{V - U} \frac{\partial \theta}{\partial v} = 0$ , de sorte que si la surface se déforme



(1 ou  $\infty^1$  fois), U et V peuvent, sans restriction, être supposés invariants. La surface déformée est donc définie par les formules analogues

$$(2) \quad X = \frac{A_1 U - A_1 - (\bar{B}_1 V - \bar{B}_1)}{U - V}, \quad Y = \dots, \quad Z = \dots$$

Les conditions nécessaires et suffisantes de l'applicabilité sont

$$(3) \quad \Sigma(a_1 - b_1)^2 - \Sigma(A_1 - B_1)^2 = 0, \quad \Sigma(\bar{a}_1 - \bar{b}_1)^2 - \Sigma(\bar{A}_1 - \bar{B}_1)^2 = 0,$$

$$(4) \quad \Sigma(a_1 - b_1)(\bar{a}_1 - \bar{b}_1) - \Sigma(A_1 - B_1)(\bar{A}_1 - \bar{B}_1) = 0.$$

En vertu de  $\frac{d\bar{a}_1}{da_1} = \frac{d\bar{a}_2}{da_2} = \dots = U$ ,  $\frac{d\bar{b}_1}{db_1} = \frac{d\bar{b}_2}{db_2} = \dots = V$ , l'équation (4) est conséquence des équations (3).

2. L'interprétation géométrique des formules (3), (4) est aisée grâce au Mémoire de M. Gambier sur les mécanismes *trans-* ou *dé-*formables (*Journal de Mathématiques*, 8<sup>e</sup> série, 5, 1922, p. 19-76).

Les courbes (a) et (A) se correspondent ponctuellement (points de même *a*): (b) et (B) également; quel que soit le point *a* de (a) ou *b* de (b), on a  $ab = AB$ .

M. Gambier a résolu complètement la recherche de ces mécanismes et en a donné une classification en sept types fondée sur l'étude de l'identité  $\Sigma a'_i b'_i - \Sigma A'_i B'_i = 0$ , qui ne change pas quand on passe du premier mécanisme [(a), (b); (A), (B)] au second [(\bar{a}), (\bar{b}); (\bar{A}), (\bar{B})]. Cette remarque simplifie beaucoup la recherche actuelle qui exige deux mécanismes et non un seul, car les deux mécanismes appartiennent au même type; ici sur une courbe non barrée et sur la courbe analogue barrée, les tangentes aux points homologues sont parallèles. Je reviendrai sur les solutions de ce problème nouveau.

3. Une propriété importante résulte de cette interprétation. On obtient évidemment  $\infty^2$  nouveaux mécanismes pour un tel assemblage en remplaçant le système

$$[(a), (b); (A), (B)] \text{ par } [\lambda(a) + \mu(\bar{a}), \lambda(b) + \mu(\bar{b}); \lambda(A) + \mu(\bar{A}), \lambda(B) + \mu(\bar{B})]$$

et le système

$$[(\bar{a}), (\bar{b}); (\bar{A}), (\bar{B})] \text{ par } [\lambda'(a) + \mu'(\bar{a}), \dots];$$

U et V se trouvent remplacés par  $\frac{\lambda' + \mu'U}{\lambda + \mu U}$ ,  $\frac{\lambda' + \mu'V}{\lambda + \mu V}$ , et, sauf homothétie, la

surface primitive  $(x, y, z)$  est remplacée par la surface

$$(\lambda x + \mu x_1, \lambda y + \mu y_1, \lambda z + \mu z_1)$$

avec

$$x_1 = \frac{(a_1 U - \bar{a}_1) V - (b_1 V - \bar{b}_1) U}{U - V}, \quad y_1 = \dots, \quad z_1 = \dots,$$

de sorte qu'un couple connu (ou famille  $\infty^1$ ) fournit  $\infty^1$  couples nouveaux (ou familles  $\infty^1$ ).

Włodziejowski a traité, sans l'épuiser, cette question par une méthode différente (*Mathematische Annalen*, 63, 1907, p. 62-84) qui introduit un unique mécanisme (au sens déjà employé) dans l'espace à 4 dimensions, les courbes correspondantes étant tracées sur la sphère  $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1$ , et c'est un fait curieux de retrouver, quelle que soit la méthode employée, un mécanisme dans presque toutes les questions de déformation des surfaces. A chaque *couple* obtenu, le géomètre russe fait correspondre un autre *couple* (unique même dans le cas de  $\infty^1$  déformées) obtenu en laissant les numérateurs fixes et en remplaçant les dénominateurs par

$$U_1 - V_1 = U \sum (a_i^2 - \bar{a}_i^2) - V \sum (b_i^2 - \bar{b}_i^2) = 2 \sum [b_i(\bar{a}_i - \bar{b}_i) - \bar{b}_i(\bar{a}_i - \bar{b}_i)].$$

Le dernier crochet est bien la différence d'une fonction de  $u$  et d'une de  $v$ ; cette transformation est distincte de celle que j'ai indiquée et peut se composer avec elle.

4. L'exemple de M. Masloff (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1345) correspond à deux paraboles focales et à une déformation continue : par une circonstance curieuse, au cours de la déformation, cet ensemble parabolique reste *rigide*. On a, avec un paramètre  $h$  de déformation,

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 \left( u - 1 - \frac{h}{4} \right)^{\frac{1}{2}}, & a_2 &= 2 - u, & a_3 &= 0, & b_1 &= 0, & b_2 &= v, & b_3 &= -2 \left( v + \frac{h}{4} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ \bar{a}_1 &= 2 \left( u - 1 - \frac{h}{4} \right)^{\frac{1}{2}} \left( u + \frac{h}{2} \right), & \bar{a}_2 &= -4 + 2u - \frac{3u^2}{2}, & \bar{a}_3 &= 0, & \bar{b}_1 &= 0, & \bar{b}_2 &= -\frac{3v^2}{2} - 4 - h, \\ \bar{b}_3 &= 2 \left( v + \frac{h}{4} \right)^{\frac{1}{2}} \left( v - \frac{h}{2} \right), & U &= 3u - 2, & V &= -3v. \end{aligned}$$

5. La déformation, avec réseau cylindrique dans les deux systèmes (surfaces de translation), a été traitée par Peterson et Bianchi (M. Gambier a développé le résultat aux *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 20, août-octobre 1920). La déformation, avec un réseau formé de lignes coniques dans un système, cylindriques dans l'autre, a été étudié complètement par



M. Gambier dans le Mémoire déjà cité (*Mécanismes*) et l'unique cas de déformation continue de ce type est celui où une famille de lignes de niveau restent lignes de niveau, problème résolu complètement par M. Goursat.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur le contact de courbes gauches et de surfaces.* Note de M. **PIERRE RIVET**, présentée par M. Goursat.

1.  $s$  étant l'arc d'une courbe,  $R, R_1, \dots, T, T_1, \dots$  les rayons de courbure et torsion et leurs dérivées successives par rapport à  $s$ , les courbes tracées sur une surface  $S$  donnée vérifient toutes une même équation  $\Phi(R, R_1, R_2, R_3, R_4, T, T_1, T_2, T_3) = 0$ ; si  $S$  est hélicoïdale ou de révolution,  $R_1$  et  $T_3$  disparaissent de  $\Phi$ ; si  $S$  est un cylindre de révolution,  $R_3$  et  $T_2$  disparaissent encore; enfin pour la sphère de rayon  $a$ ,  $\Phi$  se réduit à  $R^2 - a^2 + T^2 R_1^2$ . Inversement, toute surface dont toutes les courbes satisfont à  $\Phi = 0$  est égale à  $S$ , d'où le nom d'équation intrinsèque de  $S$  donné par M. Gambier<sup>(1)</sup> à  $\Phi$ . En étudiant la réciproque pour une courbe, MM. Doubnoff et Finikoff, puis M. Cerf<sup>(2)</sup>, ont signalé que toute courbe  $\Gamma$  solution de  $\Phi$  est tracée sur une surface égale à  $S$ , à moins de vérifier une équation  $\Psi = 0$ , contenant les  $R_i, T_j$  avec un indice inférieur d'une unité à l'indice maximum entrant dans  $\Phi$ ; les courbes  $\Gamma_1$ , solutions de  $\Psi = 0$  sont intégrales singulières de  $\Phi = 0$ ; M. Cerf indique un moyen de former  $\Psi$  directement sans passer par  $\Phi$  et signale que  $\Psi = 0$  possède elle-même des courbes  $\Gamma_2$  intégrales singulières, intersections de  $S$  avec une surface égale infiniment voisine.

2. Ces résultats rappelés, soit  $\Gamma_1$  une solution de  $\Psi = 0$ ; en général, en chaque point de  $\Gamma_1$  il existe une surface égale à  $S$ , ayant avec  $\Gamma_1$  en ce point un contact d'ordre 6 (5, 4 ou 3 suivant la catégorie séparée plus haut); en général, une courbe ayant en chaque point un contact d'ordre 7 (6, 5, 4) avec une surface égale à  $S$ , est située sur une surface  $S$  fixe et est une courbe  $F$ ; ces résultats sont bien connus pour la sphère; (pour le plan l'équation  $\Phi$  se réduit à  $T = \infty$  et si le contact est d'ordre 3 la courbe est plane). Mais, sauf pour le plan et la sphère, il peut exister des courbes  $\Gamma_3$  exceptionnelles, (autres que les courbes  $\Gamma_2$ ), ayant en chaque point un contact d'ordre supérieur à l'entier indiqué, et néanmoins non tracées sur

(<sup>1</sup>) GAMBIEB, *Journal de Math.*, 7, 1928, p. 85-91.

(<sup>2</sup>) GAMBIEB, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 872. — CERF, *Ibid.*, p. 968.

une surface  $S$ ; c'est l'étude du système simultané  $\Phi = 0$ ,  $\Psi = 0$  qui permet de découvrir, pour chaque surface  $S$  ces courbes  $\Gamma_3$ ; cette discussion achevée on peut donc indiquer l'entier *minimum*  $p$  tel que toute courbe ayant en chaque point un contact d'ordre  $p$  avec une surface égale à  $S$  soit *nécessairement* située sur une surface  $S$  fixe. Pour cette étude il y a lieu de considérer  $\Phi$ ,  $\Psi$  comme des variétés à 8, (6, 4, 2) dimensions, plongées dans l'espace à 9 (7, 5, 3) dimensions, les coordonnées dans cet espace étant appelées  $R, R_1, \dots, T, T_1, \dots$ ; l'intersection de  $\Phi$  et de  $\Psi$  est la totalité (ou une fraction) de la variété  $V$  définie par

$$\Phi = 0, \sum R_{i+1} \frac{\partial \Psi}{\partial R_i} + \sum T_{j+1} \frac{\partial \Psi}{\partial T_j} = 0,$$

comptée avec un certain degré de multiplicité supérieur à l'unité; la variété  $V$  présente des éléments singuliers correspondant aux courbes  $\Gamma_2, \Gamma_3$ . Cette étude des courbes  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ , satellites de la surface  $S$  doit donner des résultats intéressants, car pour le cas le plus simple (sphères) on définit les *courbes à courbure constante*.

3. Malheureusement les équations  $\Phi$  ou  $\Psi$  sont presque impraticables à former, comme le prouve l'exemple suivant pour lequel je donne une indication rapide;  $x^2 + y^2 - 1 = 0$  étant l'équation du cylindre  $C$ , déplaçons la courbe  $\Gamma_1$  de façon qu'elle ait constamment un contact d'ordre 4 avec  $C$ ; en faisant intervenir le trièdre de Serret Frenet en un point  $M$  de  $\Gamma_1$ , nous devons écrire les équations

$$(1) \quad \begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = 0, & ax + by = 0, & a'x + b'y = -R(a^2 + b^2), \\ & a''x + b''y = 3T(aa' + bb') + R_1T(a^2 + b^2) \end{cases}$$

qui expriment le contact d'ordre 3, former les combinaisons

$$(2) \quad \begin{cases} 1 = R^2(1 - c'^2) + T^2[R_1(1 - c^2) - 3cc'], \\ 0 = -c'R(1 - c^2) + Tc''[R_1(1 - c^2) - 3cc'] \end{cases}$$

qui ne contiennent plus que  $c, c', c''$  et exprimer que ces deux équations en  $c, c', c''$  (jointes à  $c^2 + c'^2 + c''^2 = 1$ ) forment un système ayant une *solution double*: le contact sera alors d'ordre 4. En remplaçant dans (2), rendu homogène en  $c, c', c''$ , les quantités  $c, c', c''$  par  $1, \rho \cos \varpi, \rho \sin \varpi$ , on a aisément l'équation en  $\varpi$ :

$$(R_1T \sin \varpi - R \cos \varpi)^2 + 9T^2 \sin^2 \cos^2 \varpi - 9T^2R \sin \varpi \cos^2 \varpi = 0,$$

qui doit avoir une racine double. Si, pour avoir une solution aisée on



introduit l'hypothèse  $R = \text{const.}$ , on trouve  $T = \frac{2}{3}$ , d'où une famille d'hélices circulaires de rayon de torsion fixe; pour  $R$  quelconque le contact est exactement d'ordre 4; pour  $R = 2$  il devient d'ordre 7: on a ainsi un exemple précis et élémentaire de courbes  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_3$ . Les courbes  $\Gamma_2$  sont les sections de  $C$  par le parabolöide  $zx - Ay = 0$ .

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Une généralisation d'un théorème de M. Hadamard. Note <sup>(1)</sup> de M. MANDELBJOJT, présentée par M. Jacques Hadamard.

La forme primitive du théorème concernant les séries admettant le cercle de convergence comme coupure est celle de M. Hadamard: si  $n_{i+1} - n_i > an_i$  ( $a > 0$ ), la série de Taylor  $\sum a_i x^{n_i}$  admet le cercle de convergence comme coupure. Une démonstration particulièrement simple de ce fait est due à M. Faber <sup>(2)</sup>. Cette démonstration s'appuie sur le fait que les polynomes  $(x^p + x^{p+1})^{n_i}$  ( $p$  entier positif fixe assez grand) correspondant à deux entiers  $n_i$  différents n'ont pas de termes à exposant commun si  $n_{i+1} - n_i > an_i$ .

Mais on voit facilement que si l'on considère une série de Dirichlet  $\sum a_n e^{-\lambda_n s}$  où les  $\lambda_n$  ne sont plus entiers, l'inégalité semblable à la précédente n'a pas besoin d'être réalisée pour que le développement de  $(x + x^2)^{\lambda_n}$  en puissance de la forme  $x^{\lambda_{n+r}}$  ( $r = 1, 2, \dots$ ) n'ait aucune puissance commune avec celui de  $(x + x^2)^{\lambda_m}$  si  $\lambda_n \neq \lambda_m$ .

1. Supposons qu'on ait les trois conditions suivantes:

$$(1) \quad D = \lim \frac{\log n}{\lambda_n} = 0.$$

$$(2) \quad 0 < a < |a_n| < b < +\infty.$$

$$(3) \quad \text{aucune différence } \lambda_n - \lambda_m \quad (n \neq m)$$

n'est un entier.

Alors on peut conclure que la fonction  $f(s) = \sum a_n e^{-\lambda_n s}$  ( $s = \sigma + it$ ) (qui admet  $\sigma = \Lambda = 0$  comme axe de convergence absolue) est telle que quels que soient  $\varepsilon > 0$  et  $t$  réels fixes les fonctions

$$f_k(n) = f[(t + 2k\pi)i + n] \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

<sup>(1)</sup> Séance du 3 décembre 1928.

<sup>(2)</sup> Voir FABER, *Thèse*, Munich, 1903, p. 20. — Voir aussi MORDELL, *Journ. of Lond. Math. Soc.*, 2, 1927, p. 146.

jouissent de la propriété suivante : Ou bien

$$(1) \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \text{Max} |f_k(\eta)| = \infty \quad \text{pour } |\eta| \leq \varepsilon$$

ou bien pour un certain  $k$  la fonction  $f_k(\eta)$  possède un point singulier dans le cercle  $|\eta| < \varepsilon$ .

II. Le théorème précédent aura encore lieu si l'on remplace (3) par (3') : pour  $p$  entier donné les expressions  $(x^p + x^{p+1})^{\lambda_n}$  n'ont pas dans leurs développements en puissances de la forme  $x^{p+n+r}$  ( $r = 1, 2, \dots$ ) de termes dont les puissances soient les mêmes pour deux  $\lambda_n$  différents.

Mais si, dans II, les  $\lambda_n$  sont des entiers les conclusions de ce théorème correspondent au fait que le cercle de convergence de la série (qui est alors de Taylor)  $\sum a_n z^{\lambda_n}$  est une coupure.

Il contient donc d'une part le théorème de M. Hadamard [la condition (2) n'est pas gênante, on pourra d'ailleurs énoncer II avec une condition qui remplacera (2) et qui sera plus générale] et d'autre part le théorème I.

Pour la démonstration de I et II, posons

$$z = 0 \quad \text{si } s = 0; \quad e^{-s} = \frac{e^{-s} + e^{-2s}}{2} = e^{-s} \left( \frac{1 + e^{-s}}{2} \right), \quad (1+x)^{\lambda_n} = \sum b_k x^k.$$

On voit immédiatement que

$$(5) \quad \left( \frac{e^{-s} + e^{-2s}}{2} \right)^{\lambda_n} = \sum c_k e^{-(\lambda_n + k)s}; \quad |c_k| < 1.$$

Posons

$$\sum a_n e^{-\lambda_n s} = \sum \left( \frac{e^{-s} + e^{-2s}}{2} \right)^{\lambda_n} = \sum d_m e^{-l_m s} \\ (l_m = \lambda_n + k, \quad n = 1, 2, \dots; \quad k = 1, 2, \dots) \quad (l_{m+1} > l_m).$$

D'après (3') ou (3), deux  $l_m$  correspondant à deux  $\lambda_n$  différents sont différents. On a

$$(6) \quad m \leq \sum_{\lambda_n \leq l_m + k} (\lambda_n + k - \lambda_m) + \lambda(\lambda_n + k) = c_{n,k}$$

où  $\lambda(x)$  désigne le nombre de  $\lambda_n$  inférieurs à  $x$ . En posant alors

$$\sum e^{-\lambda_n s} = \sum d'_m e^{-l_m s},$$

on a, d'après (5) et (6),

$$(7) \quad \sum_{l \leq m} |d'_l| < c_{n,k} \leq \lambda(\lambda_n + k) (1 + \lambda_n + k);$$



donc d'après (1)

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\log \sum |d_i|}{l_m} = 0.$$

En désignant par  $F$  l'axe à droite duquel  $f(s)$  est bornée et holomorphe, sans que ces deux propriétés soient réalisées à droite de  $F - \varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ), on a d'après (1) <sup>(1)</sup> et la partie gauche de (2) que  $F = A = 0$ , mais

$$\sum a_n e^{-\lambda_n z} \leq b \sum d_m e^{-l_m \sigma'} \quad (z = \sigma' + it').$$

donc, d'après (7),  $A = F = 0$  et l'axe de convergence absolue  $A$ , de  $\sum d_m e^{-l_m z}$  est aussi zéro. Mais la transformation employée montre immédiatement que, si l'on ne compte pas les poids critiques  $i(2k+1)\pi$  dans la bande  $-\varepsilon < \sigma < \varepsilon$  ce n'est que dans les cercles  $|z - 2k\pi i| < \varepsilon$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) que  $\sum d_m e^{-l_m z}$  ne peut pas posséder à la fois les deux propriétés : être bornée (dans l'ensemble de ces cercles) et holomorphe. On constate assez facilement que ces cercles jouissent certainement de cette propriété envers  $f(s)$ ; en considérant  $\sum a_n e^{-\lambda_n c} e^{-\lambda_n s}$  avec un  $c$  réel arbitraire on obtient immédiatement notre théorème.

Je profite de ces lignes pour compléter ma Note précédente <sup>(2)</sup>.

*Si  $\sum (\lambda_n - n) z^n$  ( $\lambda_n > n$ ) avec le rayon de convergence un reste borné dans la partie de l'étoile rectiligne fermée qui se trouve dans le cercle  $|z| < R$  ( $R > 1$ ), alors la série  $\sum a_n e^{-\lambda_n s}$  n'a pas d'autres singularités pour  $\sigma > -\log R$  que les points  $-\log \omega$  où les  $\omega$  sont obtenus en multipliant de toutes les manières possibles les affixes des points de la frontière de l'étoile de  $\sum a_n z^n$  ( $\limsup \sqrt[n]{|a_n|} = 1$ ).*

Ce théorème remplace le théorème III de ma Note citée.

**THÉORIE DES FONCTIONS.** — *Sur la nature des points irréguliers et réguliers et leur distribution sur la frontière d'un domaine.* Note <sup>(3)</sup> de **M. FLORIN VASILESCO**, présentée par M. Hadamard.

J'ai montré, dans un Mémoire intitulé *Sur les singularités des fonctions harmoniques*, ainsi que dans une autre Note <sup>(4)</sup>, qui paraîtront prochaine-

<sup>(1)</sup> Voir VALIRON, *Mémorial des Sciences Math.*, 17, 1926, p. 15, formule (22).

<sup>(2)</sup> Voir *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 798.

<sup>(3)</sup> Séance du 3 décembre 1928.

<sup>(4)</sup> *Remarques sur « Some notes on the notion of capacity in potential theory »* de M. Kellogg, parue dans *Acta Reg. Univ. Fr. Jos.*, 4, II, 1928, p. 1.

ment dans d'autres Recueils, l'importance qui s'attache à la résolution du problème suivant : *existe-t-il des ensembles de capacité positive sans points réguliers?*

M. O.-D. Kellogg a démontré récemment <sup>(1)</sup> que *dans l'espace à deux dimensions il n'existe pas de tels ensembles*. Mais les circonstances favorables qui lui ont permis cette démonstration ne se présentent plus dans l'espace à trois ou plus de trois dimensions. La recherche de la solution de ce problème y semble extrêmement délicate. Elle nécessite une connaissance plus intime de la nature d'un point régulier ou irrégulier et de la distribution des points irréguliers sur la frontière d'un domaine. Le but de cette Note est de contribuer à cette connaissance. Dans une Note précédente <sup>(2)</sup>, j'ai déjà fait une tentative de ce genre. Mes recherches actuelles m'y ramènent à nouveau.

La régularité d'un point frontière étant une propriété locale, j'ai montré, dans le Mémoire cité, comment on peut se borner à la considération d'un ensemble *réduit* borné, frontière d'un domaine infini et d'un seul tenant. Soient  $E$  un tel ensemble et  $v(P)$  son potentiel. En un point *irrégulier*  $P_0$  de  $E$ ,  $v(P)$  a une limite inférieure positive  $\lambda < 1$ .

I. 1. *Toute partie fermée de  $E$  ne contenant pas  $P_0$  produit en  $P_0$  un potentiel inférieur, et jamais égal, à  $\lambda$ .*

Considérons maintenant l'ensemble  $e_n$  des points de  $E$  dont la distance à  $P_0$  n'est pas inférieure à  $\frac{1}{n}$ . Les ensembles  $e_n$  approchent de  $P_0$  et leurs potentiels sont, en ce point, inférieurs à  $\lambda$ . A la limite, il se produit une discontinuité du fait que  $P_0$  arrive sur l'ensemble potentialisant  $E$  :  $v(P)$  acquiert une limite supérieure égale à 1, mais garde  $\lambda$  pour limite inférieure.

Comme une contribution possible au problème qui nous intéresse, remarquons que s'il existait un ensemble de capacité positive sans points réguliers, chacune de ses parties fermées produirait aux points restants un potentiel inférieur à un nombre fixe  $\lambda < 1$ .

II. *Soit  $P_1$  un point régulier de  $E$ . Quel que soit  $\varepsilon$ , il existe des parties fermées de  $E$  ne contenant pas  $P_1$ , et produisant en  $P_1$  un potentiel supérieur à  $1 - \varepsilon$ .*

<sup>(2)</sup> Comptes rendus, 187, 1928, p. 526.

<sup>(1)</sup> Comptes rendus, 186, 1928, p. 23.



Comme la régularité est une propriété locale, il existe de telles parties dans tout voisinage de  $P_1$  <sup>(1)</sup>.

La comparaison des énoncés précédents est instructive. Elle permet, en outre, d'énoncer le théorème I comme un nouveau critère de régularité :

III. Pour qu'un point de  $E$  soit irrégulier, il faut et il suffit que toute partie fermée de  $E$  ne contenant pas ce point, y produise un potentiel inférieur à un nombre  $\lambda < 1$ .

2. Le théorème qui suit perfectionne un de mes résultats antérieurs auxquels il est fait allusion dans la Note des *Comptes rendus* citée, de M. Kellogg et la mienne <sup>(2)</sup>.

IV. Si l'ensemble  $E$  contient un ensemble parfait  $\Gamma$  de points irréguliers, on peut trouver un nombre positif  $\lambda_0 < 1$  tel que la surface de niveau  $S_{\lambda_0}$  <sup>(3)</sup> passe par  $\Gamma$ .

Soient, en effet, une suite de nombres positifs  $\mu_1 < \mu_2 < \dots$  tendant vers 1, et  $\Delta_{\mu_i}$  le domaine des points où  $v(P) > \mu_i$ . Si un point  $P_1$  de  $\Gamma$  appartenait à  $\Delta_{\mu_1}$ , il en serait de même de toute une portion  $\Gamma_1$  de  $\Gamma$ . Si un point  $P_2$  de  $\Gamma_1$  appartenait à  $\Delta_{\mu_2}$ , il en serait de même d'une portion  $\Gamma_2$  de  $\Gamma_1$ , etc. On sera arrêté à un certain  $\mu_i$ , sous peine d'avoir sur  $\Gamma$  un point régulier.

Il est aisé de former un tel ensemble  $E$ . Soient dans l'espace à trois ou plus de trois dimensions, un segment rectiligne (ou un ensemble de capacité nulle)  $\Gamma$  et  $\sigma_1, \sigma_2, \dots$  une suite de sphères <sup>(4)</sup> ne se touchant pas, tendant vers  $\Gamma$  et dont les rayons décroissent assez vite pour que chaque point de  $\Gamma$  soit irrégulier.  $E$  est formé de  $\Gamma$  et de  $\sigma_1, \sigma_2, \dots$ .

On peut joindre chaque sphère à la suivante par un canal assez étroit pour ne pas modifier le caractère irrégulier des points de  $\Gamma$ , de manière que le domaine intérieur aux  $\sigma_i$  soit d'un seul tenant. En employant alors un procédé de condensation analogue à celui qui est utilisé dans le Mémoire cité, n° 39, on arrive au théorème suivant :

V. Il existe des domaines d'un seul tenant, bornés ou non bornés, ayant

<sup>(1)</sup> Cherchant à me rendre plus claire la nature des points irréguliers et réguliers, j'ai été conduit à cet énoncé par l'élégante démonstration qu'à donnée M. Kellogg du critère de M. Wiener (*Bull. of the American Math. Soc.*, 29, novembre-décembre 1926, p. 617). Je me suis aperçu ensuite que M. Wiener s'était déjà servi d'une telle propriété des points réguliers pour démontrer son critère (*Bull. Mass. Inst. of Tech.*, 2<sup>e</sup> série, n° 78, 1924, p. 135).

<sup>(2)</sup> *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 636.

<sup>(3)</sup> Donc toutes les autres  $S_{\lambda}$ , où  $\lambda_0 < \lambda' < 1$ . (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 636).

<sup>(4)</sup> Pour simplifier.

une frontière réduite sur laquelle les points irréguliers forment une infinité de lignes analytiques (ou d'ensembles de capacité nulle) qui sont partout denses.

Ainsi il peut y avoir sur la frontière des lignes irrégulières; dans l'espace à quatre dimensions, des surfaces irrégulières, etc.

ÉLASTICITÉ. — Quelques cas d'équilibre d'élasticité d'un prisme rectangle.

Note de M. **BELZECKI**, présentée par M. Mesnager.

La solution du problème d'équilibre du prisme rectangle, dénué de pesanteur, donnée dans ma Note précédente <sup>(1)</sup> peut être généralisée.

Des fonctions

$$(a) \quad \begin{cases} T_3 = \Psi_1(z) F_{xy} + \Psi_2(z) f_{xy}, \\ T_2 = \Psi_3(y) F_{xz} + \Psi_4(y) f_{xz}, \\ T_1 = \Psi_5(x) F_{zy} + \Psi_6(x) f_{zy}, \end{cases}$$

dans lesquelles  $\Psi_i$  sont des fonctions arbitraires, satisfaisant à l'équation de condition pour que  $\Delta \Sigma N_i = 0$ . Pour déterminer  $\Psi_i$  nous avons les conditions

$$\Delta \Delta T_i = 0.$$

Ces conditions sont remplies si  $\Psi_{2i+1}$  ne surpasse pas le premier degré, et si  $\Psi_{2i+2}$  ne surpasse pas le troisième degré ( $i = 0, 1, 2$ ).

Je veux donner quelques exemples d'application.

Posons

$$\begin{aligned} T_2 &= 0, \\ T_3 &= \Sigma(m, Y) \cos(mx) \quad (2), \\ T_1 &= \Sigma(n, Y) \cos(nz). \end{aligned}$$

Pour les tensions normales, on obtient

$$\begin{aligned} N_1 &= - \sum \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial xy} (m, Y) \sin(mx), \\ N_3 &= - \sum \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial xy} (n, Y) \sin(nz), \\ N_2 &= \sum \left[ \left( A - \frac{B}{m} + B'y \right) e^{my} - \left( C + \frac{D}{m} + D'y \right) e^{-my} \right] \sin(mx) \\ &\quad + \sum \left[ \left( A' - \frac{B'}{m} + B'y \right) e^{ny} - \left( C' + \frac{D'}{n} + D'y \right) e^{-ny} \right] \sin(nz), \\ \sum N_i &= -2 \sum \left[ (B e^{my} + D e^{-ny}) \frac{\sin(mx)}{m} + (B' e^{ny} + D' e^{-ny}) \frac{\sin(nz)}{n} \right]. \end{aligned}$$

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1461.

<sup>(2)</sup>  $\Sigma p, Y = \Sigma \left[ \left( A - \frac{B}{m} + B'y \right) e^{my} + \left( C + \frac{D}{m} + D'y \right) e^{-my} \right]$ .



satisfait à l'équation

$$\Delta \Sigma N_i = 0.$$

Posons sur les surfaces extérieures :

$$\begin{aligned} T_3 &= T_1 = 0 && \text{pour } y = \pm h, \\ N_2 &= 0 && \text{pour } y = \pm h, \\ N_2 &= f_1(x) + f_2(z) && \text{pour } y = \pm h, \\ N_1 &= 0 && \text{pour } x = \pm b, \\ N_3 &= 0 && \text{pour } z = \pm l. \end{aligned}$$

Nous obtenons une solution pour un prisme posé soumis à des tensions  $f_1(x) + f_2(x)$ .

En prenant

$$T_3 = \Sigma(m, Y) \cos(n, x),$$

$$T_2 = \Sigma(n, X) \cos(n, z),$$

$$T_1 = \Sigma(p, Y) \cos(p, z);$$

$$N_1 = - \left[ \sum \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial y} (m, Y) \sin(m, x) - \sum n \int (n, X) \sin(p, z) dx \right] + \varphi_1(y, z),$$

$$N_2 = - \left[ - \sum n \int (m, Y) \sin(m, x) dy - \sum p \int (p, Y) \sin(p, z) dy \right] + \varphi_2(x, z),$$

$$N_3 = - \left[ \sum \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial n} (p, X) \sin(n, z) + \sum \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial y} (p, Y) \sin(p, z) \right] + \varphi_3(x, y) \quad (1),$$

nous obtenons une solution du problème plus générale. Il reste à poser les conditions aux surfaces extérieures.

Posons  $N_1 = N_2 = T_3 = 0$  (problème de Saint-Venant).

Les fonctions  $F_{xz}, F_{yz}, f_{xz}, f_{yz}$  ne dépendant pas de  $z$  sont fonctions d'une seule variable  $F_x, F_y, f_x, f_y$ . En se bornant pour  $T_1$  et  $T_2$  à des termes du deuxième degré, nous trouvons immédiatement les formules de Saint-Venant.

On peut donner une autre forme de solution du problème en prenant :

$$T_1 = \Sigma(A \operatorname{sh} ny + B \operatorname{ch} ny) \cos(nx),$$

$$T_2 = \Sigma(C \operatorname{sh} mx + D \operatorname{ch} mx) \cos(my),$$

$$N_3 = z[\Sigma(A \operatorname{sh} ny + B \operatorname{ch} ny) \sin(nx) + \Sigma m(C \operatorname{sh} mx + D \operatorname{ch} mx) \sin(my)] + A_0 + B_0 x + C_0 y,$$

$$n = \frac{\pi}{2b} (2i + 1), \quad m = \frac{\pi}{2b} (2i + 1).$$

---

(1) En général  $\left[ \sum \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial y} (x, u) - \Sigma k(x, u) du \right] \sin(k, w)$  est harmonique.

En posant

$$T_3 = \Psi_2(z) \sum A_m \operatorname{ch}(mx) \cos(my),$$

$$T_3 = \Psi_4(y) \sum B_n \operatorname{ch}(pz) \cos(nx),$$

$$T_4 = \Psi_6(x) \sum C_n \operatorname{ch}(pz) \cos(py),$$

nous trouvons

$$N_1 = \Psi_2(z) \sum A_m \operatorname{sh} mz \sin(my) - \Psi_4(y) \sum B_n \operatorname{sh} nz \sin(nx),$$

$$N_2 = -\Psi_2(z) \sum A_m \operatorname{sh} mz \sin(my) - \Psi_6(x) \sum C_m \operatorname{sh}(p'z) \sin(py),$$

$$N_3 = \Psi_4(y) \sum B_n \operatorname{sh} nz \sin(nx) + \Psi_6(x) \sum \operatorname{sh}(pz) \sin(py).$$

Annulant  $N_i$  par un choix convenable de  $m, n, p$  et donnant à  $\Psi_{2i+2}$  la forme  $\alpha u + \beta u^3$  ( $u$  étant une des lettres  $x, y, z$ ), nous obtenons la solution d'un prisme tordu autour d'un axe passant par l'origine des coordonnées; ce prisme est soumis sur les surfaces extérieures aux tensions tangentielles, qui peuvent être développées en séries  $(\alpha u + \beta u^3) \sum C_i \operatorname{ch}(ix) \cos(iv)$ .

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur une formule généralisant l'intégrale de Cauchy et sur son interprétation en Hydrodynamique.* Note de M. D. POMPEIU.

1. Dans une Thèse (sur les fonctions polygènes de variable complexe), présentée à la Faculté des Sciences de Paris (novembre 1928), M. Calugărăno, s'occupant des propriétés générales des fonctions d'une variable complexe (sens général), établit aussi une formule que j'ai donnée en 1912 :

$$(1) \quad f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(u)}{u-z} du + \frac{1}{\pi} \int_{(C)} \frac{f_1(v)}{z-v} d\omega,$$

où :  $f(z)$  est une fonction de variable complexe définie à l'intérieur d'un contour simple fermé  $C$  (frontière comprise);

$u$  un point (variable complexe) qui décrit le contour fermé  $C$ ;

$v$  un point qui parcourt tout l'intérieur du domaine  $(C)$ ;

$d\omega$  l'élément d'aire, dans le domaine  $(C)$ ;

$f_1(z)$  la dérivée aérolaire de  $f(z)$  dans  $C$ .

Il est clair que la formule (1) comprend l'intégrale de Cauchy comme cas particulier, car pour une fonction holomorphe  $f_1(z)$  est identiquement nul.

2. Dans ce qui suit je me propose de montrer comment la formule (1) traduit en Hydrodynamique le principe de d'Alembert sous la forme même sous laquelle la célèbre proposition a été énoncée par son auteur :

Si l'on décompose les forces appliquées (à un système matériel) en forces



*effectives* et forces *complémentaires*, ces dernières se font équilibre en vertu des liaisons.

Tel est le principe de d'Alembert.

Appliquons-le à un fluide parfait, à deux dimensions et incompressible.

Soient

$$\rho X, \quad \rho Y \quad (\rho = \text{densité constante})$$

les projections, sur les axes, de la force *appliquée*, à l'unité d'aire; ensuite

$$\rho X_1, \quad \rho Y_1$$

les projections, sur les axes, de la force *effective*; et

$$\rho X_2, \quad \rho Y_2$$

les projections de la force *complémentaire*.

On aura

$$(2) \quad \begin{cases} X = X_1 + X_2, \\ Y = Y_1 + Y_2. \end{cases}$$

D'ailleurs

$$(3) \quad X_2 = \frac{\partial p}{\partial x}, \quad Y_2 = \frac{\partial p}{\partial y},$$

en supposant, pour simplifier,  $\rho = 1$ .

D'autre part, si  $X_1$  et  $Y_1$  sont les projections de l'accélération effective, et  $u$  et  $v$  celles de la vitesse, on a pour un fluide incompressible

$$(3') \quad \frac{\partial X_1}{\partial x} + \frac{\partial Y_1}{\partial y} + 2 \begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{vmatrix} = 0$$

et, si le fluide part du repos, on aura à l'instant initial

$$\frac{\partial X_1}{\partial x} + \frac{\partial Y_1}{\partial y} = 0$$

ou

$$(4) \quad X_1 = \frac{\partial q}{\partial y}, \quad Y_1 = \frac{\partial q}{\partial x}.$$

Ainsi les relations (2) deviennent, pour l'instant initial,

$$X = \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y}, \quad Y = \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial q}{\partial x},$$

ce qui signifie, en se rapportant à la formule du n° 1 et  $(X, Y)$  étant la force

donnée, qu'on se donne la *dérivée aérolaire* et alors la formule (1) montre (voir aussi la Thèse de M. Calugaréano, p. 15) qu'il existe, à une fonction holomorphe près, une fonction

$$p(x, y) + iq(x, y)$$

parfaitement définie.

Mais alors, au moyen des relations (3) et (4), c'est la décomposition (2) qui est réalisée *d'une façon unique et bien déterminée*.

Et c'est là justement le principe de d'Alembert, pour le fluide incompressible, dans l'hypothèse particulière des vitesses initiales nulles.

HYDRODYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Les tourbillons alternés et la loi de similitude dynamique*. Note de M. **HENRI BÉNARD**, présentée par M. M. Brillouin.

J'ai montré <sup>(1)</sup> que les fréquences mesurées des tourbillons alternés dus aux obstacles cylindriques de forme spéciale employés par moi autrefois ne vérifient qu'assez grossièrement la loi de similitude dynamique. Des raisons variées ont pu contribuer à ce résultat.

1. M. Brillouin, puis M. Kármán au Congrès de Zurich en 1926, avaient attiré mon attention sur le rôle possible de la capillarité comme cause perturbatrice de cette fréquence.

Si  $T$  désigne la tension superficielle du liquide,  $\nu$  son coefficient de viscosité cinématique, si l'on admet que  $N$  est fonction de  $D$ ,  $V$  et  $\frac{T}{\rho}$ , on a, en désignant par  $M$  un troisième paramètre sans dimensions,

$$M = \frac{T}{V^2 D \rho} \quad (2),$$

des considérations élémentaires d'homogénéité imposent une relation entre les trois paramètres  $R$ ,  $S$ ,  $M$ .

Ayant mesuré avec une bonne précision les valeurs de la tension superficielle des quatre liquides, j'ai construit les 71 points  $(R, S, M)$  pour voir

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 1028.

<sup>(2)</sup> Je remercie M. A. Métral de m'avoir indiqué la forme de ce paramètre qui peut être calculé par une méthode tout à fait générale. Voir de cet auteur : *Homogénéité et similitude en aérodynamique* (*Revue gén. de l'Aéron.*, 8, 1, 1928, p. 196, et aussi *Revue gén. de l'Élect.*, 23, 1928, p. 415 H).



si la représentation de mes observations par une surface à trois dimensions serait plus satisfaisante que la représentation par une courbe dans le plan des  $(R, S)$  : l'échec évident m'a montré que l'explication des écarts ne peut pas être basée, uniquement du moins, sur les phénomènes capillaires.

2. Une autre explication m'avait également été suggérée en 1926 par M. Brillouin; P. Dupin et M. Teissié-Solier <sup>(1)</sup> l'ont proposée d'une façon indépendante : mes obstacles, trop courts, n'étaient pas assimilables à des cylindres de longueur infinie. Des expériences de ces deux auteurs, effectuées avec des cylindres circulaires, il résulte qu'en désignant par  $H$  la longueur immergée, l'assimilation n'est légitime que si le rapport  $H/D$  est plus grand que 25. Ils trouvent, pour les valeurs 17 et 8 de ce rapport, une diminution à peu près identique, égale à 20 pour 100, réduite à environ 10 pour 100 quand la distance de l'extrémité libre de l'obstacle par rapport à la paroi fixe est très faible. Or, dans mon cas, le contrôle est facile, toutes les dimensions ayant été notées. Les valeurs de ce rapport se répartissent en trois groupes, savoir : 1° de 26 à 30; 2° de 12,5 à 15; 3° voisines de 7. D'ailleurs, les hauteurs comprises entre le fond de la cuve et l'extrémité inférieure de l'obstacle (valeurs extrêmes 1<sup>cm</sup>,8 et 4<sup>cm</sup>,8) n'ont été négligeables dans aucun cas.

Dans l'épure reproduite dans ma précédente Note (*loc. cit.*), j'ai représenté respectivement par un ou deux petits traits obliques placés à la droite du point figuratif, ceux du deuxième groupe et du troisième groupe, pour lesquels il faudrait donc augmenter  $N$ , et par suite  $S$ , d'environ 20 pour 100, pour ramener mes observations aux conditions d'un cylindre de longueur infinie <sup>(2)</sup>.

De  $R = 170$  à  $R = 350$ , la correction ramènerait bien un grand nombre de mes points, qui sont au-dessous de la courbe Camichel, Dupin et Teissié-Solier, à s'en rapprocher. Par contre, elle augmenterait la dispersion des points par rapport à une courbe moyenne unique. Mais à partir de  $R = 410$ , tous mes points sont au-dessus de la courbe (prolongée) et la correction les en écarterait encore davantage.

Cette deuxième explication n'améliore donc pas non plus les résultats.

<sup>(1)</sup> *Loc. cit.*, 1928; p. 24 et 25.

<sup>(2)</sup> Sur cette figure, en plus du point  $R = 91$ ;  $S = 0,103$  obtenu deux fois, il y en a un autre, également double;  $R = 195$ ;  $S = 0,146$ , relatif à l'eau sucrée ( $c = 20,0$ ), à peu près en coïncidence avec le point  $R = 192$ ;  $S = 0,147$ , relatif à l'eau pure, dont il ne se sépare pas à l'échelle adoptée pour la reproduction de l'épure.

3. Mais il me semble que les *fluctuations inévitables des périodes successives* doivent surtout être responsables de la dispersion de mes points (R, S). J'ai montré, et seule la méthode cinématographique et optique a révélé ces fluctuations, qu'elles atteignent 5 et 10 pour 100 dans les meilleurs cas, quelles qu'aient été les précautions expérimentales pour assurer une excellente uniformité du mouvement et une très bonne réalisation mécanique des surfaces polies, planes et parallèles des obstacles; et cela aussi bien pour les valeurs des intervalles consécutifs  $e$  des tourbillons d'une même file, que pour leurs vitesses propres  $v$ , donc également pour les périodes successives calculées d'après les valeurs de  $V$ ,  $v$  et  $e$ . Si les valeurs *individuelles* de  $v$  et  $e$  sont mesurées avec une extrême précision, les exigences de la méthode optique, en particulier, l'étroitesse du champ cinématographié, font que les *moyennes* n'ont pu, dans chaque course, porter que sur *un très petit nombre de tourbillons consécutifs* d'une même file. La précision, proportionnelle à la racine carrée de ce nombre, a été moindre qu'elle ne le serait par exemple, quand la fréquence le permet, par l'emploi d'une méthode acoustique, méthode où les fluctuations sont ignorées et disparaissent automatiquement. Les basses fréquences de mes tourbillons de 1908 (de 3 à 18) m'en interdisaient l'emploi. On voit, en résumé, que les différentes méthodes se complètent heureusement.

CHRONOMÉTRIE. — *De l'influence des trépidations sur la marche des chronomètres.* Note (1) de M. G. P. ARCAÏ, présentée par M. A. Cotton.

I. Les régleurs ont, depuis longtemps remarqué qu'un chronomètre de poche réglé avec beaucoup de soin prend « au porté », au bout de quelques jours, 3, 4 ou 5 secondes de retard. Ce retard a été tantôt attribué aux huiles, tantôt à l'instabilité des alliages constituant le balancier ou le spiral; des expériences faites au Laboratoire de Chronométrie de la Faculté des Sciences de Besançon, en collaboration avec M. A. Tissot ont montré qu'il était uniquement imputable aux légères trépidations subies par la montre.

Cette influence possible des mouvements sur la marche des chronomètres a naturellement de très bonne heure retenu l'attention des marins; si l'examen des feuilles de marche à la mer de nombreux chronomètres n'a pas permis de dégager avec certitude les effets du roulis, l'influence des

---

(1) Séance du 3 décembre 1928.

mouvements saccadés, des trépidations de l'hélice, des coups de marteau des calfats, paraît hors de doute <sup>(1)</sup>.

Les expériences de M. P. Ditisheim <sup>(2)</sup> en chemin de fer et de M. Hans Wehrli <sup>(3)</sup> en automobile, ont montré que l'effet général est un très léger retard.

II. Dans mes expériences le chronomètre était placé dans une fausse boîte en bois fixée verticalement ou horizontalement à une mince planchette de sapin longue de 60<sup>cm</sup>. L'une des extrémités de cette planchette était fixe et l'autre, à chaque tour d'un axe pouvant prendre les vitesses 100, 400, 1400 tours à la minute, était soulevée par un ergot donnant à la montre un déplacement de 2<sup>mm</sup>.

1° *Les chocs agissent sur la marche et d'autant plus que la cadence est plus rapide.*

Trois chronomètres (balancier Guillaume, spiraux acier) ayant obtenu chacun un bulletin de première classe à l'Observatoire de Besançon, placés à plat sur fond ont donné en 24 heures les marches suivantes (— indique un retard) :

	Avant expérience.	Pendant expérience cadence 1400.	Avant expérience.	Pendant expérience cadence 400.	Avant ex périence.	Pendant expérience cadence 100
X. 11298....	—1 <sup>s</sup> , 2	—12 <sup>s</sup> , 8	—3 <sup>s</sup>	—5 <sup>s</sup> , 3	—6 <sup>s</sup> , 1	—7 <sup>s</sup> , 9
X. 21652....	—2	—17 <sup>s</sup> , 5	—8, 8	—9, 5	—8	—8, 7
X. 10302....	+2, 5	— 6, 1	+1, 6	—0, 1	+3, 2	+2, 3

2° *L'effet des trépidations est plus marqué lorsque le chronomètre est horizontal.*

Variation de marche à la cadence 1400 (— signifie un retard) :

Position.	X. 11298.	X. 21652.	X. 10302.
Plat sur fond.....	—11 <sup>s</sup> , 6	—15 <sup>s</sup> , 5	—8 <sup>s</sup> , 5
Montre verticale pendant en haut.....	— 1 <sup>s</sup> , 2	— 7 <sup>s</sup> , 0	—7 <sup>s</sup> , 4

3° *Dans les limites des cadences employées, l'effet se traduit toujours par un retard.*

4° *Les chronomètres conservent un retard permanent.*

<sup>(1)</sup> E. GASPARI, *Chronomètres de marine*, Collection Léauté, p. 58.

<sup>(2)</sup> L. REVERCHON, *Journal suisse d'horlogerie*, 50<sup>e</sup> année, 1925, p. 203, et 51<sup>e</sup> année, 1926, p. 107.

<sup>(3)</sup> H. WEHRLI, *Journal suisse d'horlogerie*, p. 223.



	Marche moyenne		
	avant les expériences.	après 24 heures à la cadence 1400.	
X. 21652.....	— 1 <sup>s</sup> , 5	— 5 <sup>s</sup> , 5	} Bulletins de 1 <sup>re</sup> classe.
X. 20347.....	+ 3 <sup>s</sup> , 3	+ 2 <sup>s</sup> , 5	

5° *L'effet se traduit de la même façon avec un balancier monométallique (non coupé).*

*Exemple.* — Montre de 45<sup>mm</sup> de diamètre avec balancier monométallique en laiton et spiral élinvar, placée horizontalement à plat sur le fond (— signifie un retard).

Marche avant les expériences.....	+ 18 <sup>s</sup> , 5
Marche pendant les expériences (cadence 1400).....	— 17, 5
Marche après les expériences.....	+ 12

6° *L'effet paraît d'autant plus marqué que la montre a été moins soignée.*

	Retard à la cadence 1400.
a. Chronomètre X. 20347 (bulletin 1 <sup>re</sup> classe, balancier Guillaume, spiral acier).....	6, 1 <sup>sec</sup>
b. Montre 45 <sup>mm</sup> de diamètre (qualité courante, balancier monométallique, spiral élinvar).....	36

7° *En même temps que le chronomètre prend du retard, l'amplitude des oscillations du balancier diminue.*

Chronomètre ordinaire, balancier compensateur, spiral acier :

Amplitude initiale.....	240°
Pendant l'expérience (cadence 1400).....	110°

8° *La diminution d'amplitude est plus faible avec les chronomètres soignés qu'avec les pièces ordinaires.*

a. Chronomètre ordinaire, balancier compensateur, spiral acier :

Amplitude initiale.....	240°
Pendant l'expérience (cadence 1400).....	110°

b. Chronomètre très soigné, bulletin de 1<sup>re</sup> classe de l'Observatoire (balancier Guillaume, spiral acier) :

Amplitude initiale.....	280°
Pendant l'expérience (cadence 1400).....	230°

9° *Ce retard de paraît pas être imputable à un défaut d'isochronisme.*

III. Il semble donc que le retard a pour cause un coincement des pivots dans les trous de pierres, coincement d'autant plus facile que les pierres et les pivots ont été moins bien polis. L'essai aux trépidations se révèle donc par suite comme un *critère de qualité* à ajouter à ceux déjà proposés.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur la loi de fréquences des vitesses d'étoiles et la relation entre la grandeur absolue et la vitesse absolue pour les étoiles du type G.* Note de M. **JOSEF MIKULÁŠ MOHR**, présentée par M. Henri Deslandres.

1. La distribution de fréquences des vitesses absolues d'étoiles du type G, que j'ai trouvée sur le nombre de 519 étoiles, est en accord parfait avec la loi de MM. Adams, Strömberg et Joy, qui l'ont trouvée en étudiant le type K. On peut écrire cette loi par la formule

$$\mathcal{F}(v) = \frac{h \text{ Mod}}{\sqrt{\pi} v} e^{-h^2 (\log v - A)^2},$$

ou le logarithme de  $v$  est à base 10 et  $\text{Mod} = 0,43429$ ,  $A$  étant la moyenne algébrique de logarithmes des vitesses absolues et  $h$  la mesure de la précision. Cette loi diffère alors beaucoup de la loi de Maxwell. D'après le tableau ci-joint on voit que les différences entre le nombre d'étoiles observé et calculé sont très petites pour les étoiles géantes, mais plus grandes pour les naines.

Groupe.	Étoiles géantes.			Étoiles naines.		
	Nombre obs.	Nombre calc.	Diff.	Nombre obs.	Nombre calc.	Diff.
km						
0- 10.....	30	30	0	-	-	-
10- 20.....	97	97	0	18	13	+5
20- 30.....	89	89	0	16	21	-5
30- 40.....	54	59	-5	25	22	+3
40- 50.....	36	33	+3	17	22	-5
50- 60.....	13	16	-3	25	18	+7
60- 70.....	11	11	0	13	14	-1
70- 80.....	10	7	+3	10	10	0
80- 90.....	2	5	-3	11	8	+3
90-100.....	1	1	0	6	5	+1
100-110.....	5	3	+2	6	12	-4
110-120.....	2	2	0	1	1	0
120-130.....	3	2	+1	3	1	+2

Les constantes de la loi de fréquences d'Adams-Strömberg-Joy sont données dans le tableau suivant

Grandeur absolue.	$h$ .	$r$ .	$v$ .	$v_p$ .	$\bar{v}$ .	Nombre.
$-4,5 \quad -3,0$	2,2813	0,209	$\overset{\text{km}}{25,8}$	$\overset{\text{km}}{15,5}$	$\overset{\text{km}}{33,2}$	360
$+3,0 \quad +6,7$	2,6518	0,180	$\overset{\text{km}}{48,0}$	$\overset{\text{km}}{32,9}$	$\overset{\text{km}}{57,9}$	159

On peut alors écrire pour les géantes du type G la formule suivante

$$F(v) = \frac{2,281 \bmod}{\sqrt{\pi} v} e^{-2,281^2 (\log v - 1,4110)^2},$$

et pour les naines

$$F(v) = \frac{2,652 \bmod}{\sqrt{\pi} v} e^{-2,652^2 (\log v - 1,6811)^2}.$$

2. La relation entre la grandeur absolue  $M$  et la vitesse absolue  $v$  peut être montrée de différentes manières. En supposant que cette relation est satisfaite soit par la formule d'Eddington et Douglas :

$$v = a + bM,$$

soit par la formule d'Adams-Strömberg-Joy :

$$\log v = a + bM.$$

nous obtenons les résultats suivants :

$$\begin{aligned} v &= 33,0 + 3,5M, & \log v &= 1,165 + 0,0621M, & \text{pour les étoiles géantes.} \\ &\pm 1,6 \pm 0,9 & &\pm 0,069 \pm 0,0376 \\ v &= 21,4 + 8,3M, & \log v &= 1,504 + 0,0408M, & \text{pour les étoiles naines.} \\ &\pm 12,2 \pm 2,8 & &\pm 0,087 \pm 0,0021 \\ v &= 32,7 + 5,6M, & \log v &= 1,392 + 0,0638M, & \text{pour ensemble d'étoiles.} \\ &\pm 1,8 \pm 0,5 & &\pm 0,017 \pm 0,0051 \end{aligned}$$

Il est intéressant de remarquer que les deux formules, quoique différentes, représentent à peu près également bien la relation. Pour toutes les étoiles ensemble, l'accroissement d'une grandeur correspond à un accroissement de la vitesse absolue de  $5^{\text{km}},6$ .

On peut encore donner un tableau qui n'est pas sans intérêt, dans lequel on a groupé les étoiles d'après leurs grandeurs absolues et qui, pour ces groupes d'étoiles, donne les vitesses moyennes et  $\overline{\log v}$  (moyenne algébrique de  $\log v$ ) :



Groupe de grandeur.	Nombre.	Grandeur moyenne.	Vitesse moyenne. km	$\log v$ .
-4,5 — 1,5	19	-2,6	23,0	1,2062
-1,4 — 0,5	22	-0,9	34,6	1,3838
-0,4 + 0,5	90	+0,1	33,3	1,4133
+0,6 + 1,5	150	+1,0	33,4	1,4256
+1,6 + 2,5	69	+2,0	32,9	1,4087
+2,6 + 3,5	23	+3,1	51,7	1,6730
+3,6 + 4,5	42	+4,1	53,0	1,6529
+4,6 + 5,5	71	+4,9	53,4	1,6529
+5,6 + 6,7	33	+5,9	75,7	1,7829

Ce tableau nous montre que les étoiles les plus brillantes ont nettement la vitesse moyenne la plus petite, dans notre cas environ  $20^{\text{km}}$ . Les étoiles les plus faibles ont les vitesses les plus grandes, environ  $80^{\text{km}}$ . Dans les limites de grandeur absolue  $-1,4$  et  $+2,5$ , on remarque que la vitesse moyenne reste presque constante avec une valeur de  $33^{\text{km}}$ .

ASTRONOMIE. — *Sur la durée de rotation de la planète Vénus.*

Note de M. R. JARRY-DESLOGES, présentée par M. Bigourdan.

Dans une précédente Note <sup>(1)</sup> (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 648), j'ai relaté les conclusions des recherches de mon collaborateur M. G. Fournier, sur la position de l'axe polaire de Vénus, déduite de ses observations à mon observatoire de Sétif en 1913, 1920 et 1922.

La connaissance de cette position, même en la supposant grossièrement approchée, est de nature à simplifier considérablement l'étude du mouvement des taches en vue d'obtenir la durée de rotation. Cependant, le problème demeure très délicat. En effet, d'accord avec la plupart des astronomes qui ont poursuivi les mêmes recherches, M. G. Fournier a été amené à poser comme prémisses la nature atmosphérique des plages sombres ou claires qu'il a lui-même observées sur la planète, hypothèse, du reste, renforcée par leur disposition en bandes ou zones parallèles, ainsi qu'il l'a constaté.

Il résulte de là qu'il est impossible de compter sur une stabilité durable

---

<sup>(1)</sup> Il y a lieu de rectifier ainsi cette précédente Note aux 27<sup>e</sup> et 28<sup>e</sup> lignes : *Au lieu de ... l'angle fait par ce même plan orbital et le plan équatorial, il faut lire ... l'angle fait par ce même axe et le plan orbital, de 44<sup>e</sup>,5.*

des aspects dans l'intervalle de plusieurs rotations. Déjà sur Jupiter les recherches de même ordre se heurtent à des difficultés analogues, mais elles sont accrues ici par la faiblesse beaucoup plus grande des contrastes et le manque de définition de la plupart des configurations.

D'un autre côté, il est bien rare que, sur Vénus, il soit possible de suivre un détail sur une très notable portion de sa trajectoire apparente; ceci tient, d'une part à la phase, en général assez prononcée aux meilleures périodes d'observation, et d'autre part à l'éclat du limbe qui, le plus souvent, efface rapidement les faibles contrastes dans son voisinage. En outre, les plages claires deviennent vite très difficiles à apercevoir dès qu'elles s'éloignent du terminateur.

Cependant, en 1922, on a pu, à diverses reprises, enregistrer des détails sombres très loin du méridien central. Malheureusement, l'obliquité de la vision, dans ces circonstances, jointe aux effets de la forte inclinaison de l'axe sur le rayon visuel à cette époque ( $45^\circ$  environ), rend très aléatoires les positions ainsi déterminées.

Force est donc de se limiter à des arcs de trajectoire de faible amplitude, obtenus à l'aide de points rigoureusement sélectionnés. Quoique, en 1922, nombre de nos dessins offrent une grande richesse de détails, et manifestent, par leur comparaison, un déplacement évident dans le sens direct, 11 points seulement ont été retenus et étudiés par M. G. Fournier. La discussion de leurs positions a permis d'obtenir, pour l'arc horaire, 11 valeurs dont la moyenne est de

$$16^\circ, 10 \pm 1^\circ, 48,$$

ce qui correspond à une durée de rotation de 22 heures 21 minutes. En tenant compte de l'erreur probable, on obtient les valeurs extrêmes de  $20^h 29^m$  et de  $24^h 37^m$ .

Si l'on admet le chiffre de  $22^h 31^m$ , un intervalle de 13 à 16 jours serait nécessaire pour ramener, sensiblement aux mêmes heures, en présence de la Terre, la même face de la planète. Pareille durée, eu égard à la nature des plages, est beaucoup trop grande pour qu'il soit possible de l'utiliser à la recherche d'une valeur plus précise. Par contre, trois couples de dessins, obtenus à des époques distantes d'un jour environ, ont permis de tenter cette correction et conduisent à la valeur rectifiée de 23 heures 53 minutes.

L'écart avec le résultat primitif demeure en deçà des erreurs probables. Du reste, il est à noter que le dernier chiffre implique la stabilité parfaite des aspects pendant la durée d'un jour terrestre, ce qui est loin d'être certain.

Sans retenir aucun des nombres ci-dessus dans leur valeur absolue, il semble cependant que les uns et les autres autorisent à conclure que la période de rotation de Vénus autour de son axe est voisine de celle de la Terre, et lui est vraisemblablement un peu inférieure.

ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES. — *Sur des oscillateurs à ondes très courtes.*

Note de M. E. PIERRET, présentée par M. G. Ferrié.

Nous avons décrit <sup>(1)</sup> des oscillateurs à ondes entretenues de 12 à 18<sup>cm</sup> de longueur, utilisant une ou deux lampes Métal T. M ou T. M. C.; nous avons déjà indiqué que les conditions de fonctionnement de ces oscillateurs n'étaient pas celles des oscillateurs de Barkhausen. En modifiant un peu le dispositif primitif, on peut entretenir soit des ondes très courtes, soit des ondes plus longues de Barkhausen. Nous avons cherché dans quelles conditions s'obtenaient les unes ou les autres.

La grille et la plaque d'une lampe à cornes sont reliées chacune à l'une des extrémités d'une tige en cuivre sur laquelle peut glisser un disque en cuivre qui réfléchit les ondes et permet l'accord; les extrémités opposées sont réunies aux batteries d'accumulateurs qui chargent les électrodes.

Pour toutes les lampes qui nous ont servi, il existe deux tensions de grille, l'une,  $V_0$ , au-dessous de laquelle on ne peut obtenir que des ondes de Barkhausen, l'autre, plus élevée,  $V_1$ , au-dessus de laquelle on ne peut entretenir que les ondes très courtes, quelle que soit la tension de plaque. Pour les tensions de grille intermédiaires entre  $V_0$  et  $V_1$ , les ondes obtenues sont, suivant le potentiel de la plaque ( $V_p$ ), soit des ondes de Barkhausen, soit des ondes plus courtes. Ainsi, avec une lampe T. M. C. dont la tension de grille était de 240 volts, les ondes de Barkhausen s'obtenaient pour des tensions de plaque comprises entre environ + 5 volts et - 10 volts; le courant de plaque existait toujours dans le sens normal.

$$(\lambda = 58^{\text{cm}} \text{ pour } V_p = 0 \quad \text{et} \quad \lambda = 42^{\text{cm}} \text{ pour } V_p = -10 \text{ volts}).$$

Si l'on abaissait la tension de plaque au-dessous de - 10 volts, les oscillations de Barkhausen disparaissaient, le courant de plaque devenait nul, puis réapparaissait très faible ( $V_p = -30$  à  $-60$  volts); l'oscillateur entretenait alors des ondes courtes ( $\lambda = 18^{\text{cm}}$ ).

---

(1) E. PIERRET, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1284 et 1601.



Avec des lampes plus grosses (Métal E<sub>4</sub>), nous avons pu obtenir, sans changer la tension de plaque, des ondes de Barkhausen ( $\lambda = 67^{\text{cm}}, 6$ ) ou des ondes plus courtes ( $\lambda' = 34^{\text{cm}}, 6$ ), en accordant convenablement la tige de grille; lorsqu'on trouve un tel régime de transition, l'intensité des oscillations est faible. Quand on passe d'un régime d'oscillation à l'autre, il se produit toujours un brusque changement de fréquence d'un octave environ et l'on ne peut obtenir les ondes intermédiaires.

Lors des oscillations de Barkhausen, le courant de plaque est maximum quand les tiges de grille et de plaque, pour des positions convenables des disques sont accordées; l'intensité des oscillations est alors la plus grande possible; les tiges reliées à la plaque et à la grille oscillent toutes deux avec des amplitudes à peu près égales. On obtient encore des oscillations, mais beaucoup plus faibles, lorsqu'on accorde seulement la tige reliée à la plaque, la grille étant directement réunie à la batterie d'accumulateurs et au filament.

Au contraire, dans le cas des ondes très courtes, il est nécessaire que la tige de grille soit accordée et le courant de plaque est maximum quand la tige de plaque n'est pas accordée; les oscillations sont alors intenses sur la tige de grille et nulles sur la tige de plaque; lorsqu'on accorde cette dernière, le courant de plaque et l'intensité des oscillations sur la tige de grille diminuent; on peut obtenir de fortes oscillations en reliant directement la plaque aux accumulateurs et au filament.

Ces faits montrent que dans le cas des ondes de 12 à 18<sup>cm</sup>, l'accord de la tige de grille est seul nécessaire à l'entretien des oscillations et que la tige réunie à la plaque fonctionne comme un système couplé empruntant, lorsqu'il est en résonance, de l'énergie à l'oscillateur. Les résultats obtenus sont d'accord avec l'idée, déjà émise par nous, que dans les oscillateurs de Barkhausen les électrons oscillent entre la grille et la plaque, tandis que les ondes plus courtes sont engendrées par une oscillation des électrons de part et d'autre de la grille; dans le premier cas, la fréquence des oscillations induites dans les tiges est la même que celle des oscillations électroniques; dans le second cas, elle est double.

Toutes les mesures de longueur d'onde ont été faites avec une ligne couplée à l'oscillateur et une soudure thermo-électrique, mais nous avons pu aussi détecter ces ondes très courtes à l'aide d'une galène et d'une pointe fine intercalées au milieu d'un fil vibrant en demi-onde; un galvanomètre à cadre était placé en dérivation sur le détecteur.

Une détection beaucoup plus stable a été réalisée par un détecteur à

lampe, analogue à l'oscillateur décrit dans une Note précédente <sup>(1)</sup>; le potentiel de la plaque était + 80 volts, la grille restant au potentiel du filament; un téléphone était intercalé sur le circuit de plaque; on accordait la tige réunie à la grille. Pour obtenir un son au récepteur, la grille de l'émetteur était alimentée à l'aide d'une tension continue (+ 245 volts) à laquelle on ajoutait la tension alternative produite par un oscillateur à fréquence audible.

En déplaçant un écran métallique, soit derrière l'oscillateur, soit derrière le récepteur, on obtenait des variations périodiques d'intensité du son reçu, dues à la réflexion sur l'écran et à la production d'un système d'ondes stationnaires. L'approche du corps ou même de la main produisait le même effet.

MAGNÉTISME. — *Balance d'induction de Hughes pour la détermination de la susceptibilité des roches.* Note de M. G. GRENET, présentée par M. G. Ferrié.

Les premières mesures systématiques de la susceptibilité magnétique des roches ont été effectuées au moyen d'une balance d'induction de Hughes par Rucker <sup>(2)</sup>.

Depuis cette époque la balance de Hughes trop peu sensible a été remplacée pour ces mesures par la balance magnétique de Curie-Cheneveau ou par des appareils analogues qui présentent tous l'inconvénient de nécessiter l'emploi de très petits échantillons (1<sup>er</sup> environ).

J'ai pu, en utilisant les progrès de la technique des courants musicaux, améliorer suffisamment les qualités de la balance de Hughes pour permettre de l'employer pour la détermination de la susceptibilité des échantillons de dimensions moyennes.

Cette balance de Hughes comporte les particularités suivantes :

Le courant alternatif est un courant à 500 périodes environ produit par un petit oscillateur à triodes, les différentes bobines primaires de la balance d'induction faisant partie du circuit oscillant.

L'induction mutuelle qui doit être influencée par l'échantillon magnétique se compose de deux sélénoïdes coaxiaux; la bobine primaire est

<sup>(1)</sup> E. PIERRET, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1601.

<sup>(2)</sup> RUCKER, *Proceed. of Roy. Society of London*, 48, 1897, p. 505.

enroulée sur un tube de papier bakélisé de 8<sup>cm</sup>,6 de diamètre extérieur, le fil de cuivre qui constitue cet enroulement est du  $\frac{4}{10}$  2 couches coton; il a été bobiné au tour en utilisant la vis mère de façon que le bobinage soit aussi uniforme que possible, il occupe une longueur de 32<sup>cm</sup>.

La bobine secondaire est enroulée sur un cylindre de 6<sup>cm</sup>,4 de diamètre extérieur l'enroulement bobiné comme celui du primaire est constitué par du fil de cuivre de  $\frac{10}{100}$  deux couches coton, la longueur de la bobine est 18<sup>cm</sup> une prise intermédiaire permet de n'utiliser que 12<sup>cm</sup>.

Les autres bobines d'induction mutuelle ne présentent pas de particularité à signaler.

Comme appareil de zéro j'ai utilisé un téléphone précédé d'un amplificateur à triodes à cinq étages comportant deux circuits accordés qui diminuent considérablement l'amplification mais qui absorbent les harmoniques.

Pour obtenir un bon zéro, j'ai dû d'une part utiliser des circuits accordés pour éliminer les harmoniques, d'autre part j'ai dû coupler avec certains bobinages de la balance d'induction des spires en court-circuit destinées à créer dans le secondaire une force électromotrice en quadrature avec la force électromotrice principale.

Le zéro étant obtenu l'introduction d'un échantillon magnétique dans les solénoïdes détruit l'équilibre en provoquant une variation d'induction mutuelle à peu près proportionnelle au produit de sa masse par son coefficient d'aimantation, proportionnalité qui n'est réalisée qu'à 1,5 pour 100 près avec l'appareil que j'ai construit, parce que la longueur des solénoïdes n'est pas infinie par rapport à leur diamètre. La mesure de la susceptibilité se fait en rétablissant le silence au téléphone au moyen d'une bobine d'induction mutuelle que j'ai étalonnée avec un contrôleur d'ondes du type de la Radiotélégraphie militaire.

Cette balance permet avec un champ de 20 gauss seulement d'apprécier un coefficient d'aimantation de  $5 \times 10^{-6}$  C. G. S. pour un échantillon d'une centaine de grammes.

Les réglages préliminaires de l'appareil sont délicats, sa mise au point m'a demandé du temps, mais actuellement, une fois l'appareil réglé, il faut moins de 5 minutes pour déterminer le coefficient d'aimantation d'un échantillon.

Il n'y a pas de difficulté à construire des balances analogues de diamètre différent afin d'étudier des échantillons plus ou moins volumineux avec une précision analogue.

J'ai déjà utilisé cet appareil pour mesurer la susceptibilité de divers échantillons. Voici quelques résultats :



Échantillons.	Coefficient d'aimantation spécifique unités E. M. C. G. S.
Phyllade des Ardennes.....	$11.10^{-6}$
Phyllade aimantifère des Ardennes.....	$2,120.10^{-6}$
Phyllade des Ardennes, autre échantillon.....	$86.10^{-6}$
Ariegite à Grenat (Prades).....	$12.10^{-6}$
Bombe à Olivine (Haute-Loire).....	$61.10^{-6}$
Hornblendite feldspathique (Haute-Garonne).....	$114.10^{-6}$
Graphitoschiste (Congo Français).....	$6.10^{-6}$

Ces échantillons proviennent de la collection du Muséum d'Histoire naturelle.

FLUORESCENCE. — *Théorie de la polarisation de la lumière émise par fluorescence*. Note de M. **PAUL SOLEILLET**, présentée par M. Cotton.

Dans une Note antérieure <sup>(1)</sup> j'ai montré quels sont les paramètres caractéristiques que l'on est amené à introduire dans l'étude de la polarisation dans les phénomènes de fluorescence. Je vais indiquer quelques-uns des résultats obtenus grâce à l'utilisation de ces quantités dans des problèmes particuliers.

Dans un certain nombre de cas expérimentaux la polarisation normale est diminuée du fait de certains phénomènes accessoires : chocs des atomes à l'état excité contre des molécules de gaz étranger <sup>(2)</sup>, mouvement brownien de rotation <sup>(3)</sup>, rotation de Larmor due à la présence d'un champ magnétique <sup>(4)</sup>. Tous ces cas sont caractérisés par le fait que l'élément vibreur a été déplacé entre l'instant de l'excitation et celui de l'émission.

J'ai pu donner les formules qui relient les neuf paramètres de la nouvelle émission aux neuf paramètres de l'émission normale. Les coefficients introduits sont des moyennes de produits des cosinus directeurs définissant les changements d'orientation des éléments vibreurs. J'ai indiqué les relations,

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 976.

<sup>(2)</sup> KEUSSLER, *Annalen der Physik*, 82, 1927, p. 793.

<sup>(3)</sup> F. PERRIN, *Journal de Physique et le Radium*, 6, 1925, p. 177.

<sup>(4)</sup> ELRIDGE, *Physical Review*, 24, 1924, p. 234.

entre ces coefficients, qui sont exigées par les symétries particulières et montré que, dans le cas où l'ensemble des déplacements est isotrope, il ne s'introduit que deux coefficients, les moyennes  $\overline{\cos^2 \alpha}$  et  $\overline{\cos \alpha}$ ,  $\alpha$  étant l'angle d'une direction liée à un élément vibreur avec sa position normale. Dans l'hypothèse de chocs infiniment petits, j'ai retrouvé la formule de F. Perrin <sup>(1)</sup> généralisant la formule d'Einstein du mouvement brownien de rotation. Dans l'hypothèse de chocs quelconques j'ai donné la dépolarisation expérimentale en fonction des paramètres de probabilité des chocs élémentaires, retrouvant comme cas particulier les formules de F. Perrin <sup>(1)</sup>. Plus spécialement, dans le cas où la dépolarisation de la lumière émise par résonance est due à la présence de gaz étrangers, j'ai obtenu, même en tenant compte des chocs de second espèce, l'expression de cette dépolarisation en fonction de la pression du gaz étranger et effectué la comparaison avec les résultats expérimentaux de Keussler <sup>(2)</sup>. La vérification est assez satisfaisante. Il est à remarquer que  $\overline{\cos \alpha}$  ne s'introduit que dans l'étude en lumière circulaire ou elliptique.

En présence d'un champ magnétique agissant suivant l'hypothèse d'Elridge <sup>(3)</sup>, les déplacements des éléments vibratoires sont des rotations de Larmor. Les formules générales ont été obtenues, indiquant la possibilité de la mesure de la durée de vie de l'atome à l'état excité, à l'aide d'une excitation en lumière circulaire, même dans le cas où l'excitation en lumière linéaire ne peut fournir aucun renseignement (raie  $D_1$  du sodium, raie verte du thallium). Nous remarquerons encore ici le rôle tout particulier joué par l'excitation en lumière circulaire.

Un autre mode de dépolarisation entièrement distinct a pu être également étudié : c'est la dépolarisation par résonance secondaire. J'ai obtenu les formules dans le cas général d'une absorption anisotrope et développé plus spécialement le cas où l'absorption est isotrope, ce qui est le cas expérimental ordinaire. Enfin, les calculs ont été poussés jusqu'au bout dans quelques cas particuliers susceptibles de vérification expérimentale.

L'étude de l'absorption anisotrope m'a conduit à l'introduction nouvelle de neuf quantités  $l, c, s$ , caractéristiques de l'absorption, qui se comportent par changement d'axes de référence comme les quantités  $L, C, S$  et  $\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{S}$ , caractérisant l'émission ou l'excitation. Dans le cas particulier, où toute

---

<sup>(1)</sup> *Loc. cit.*

<sup>(2)</sup> *Loc. cit.*

<sup>(3)</sup> *Loc. cit.*

l'énergie absorbée est réémise par l'élément vibratoire sous forme de radiations semblables, ces quantités  $L$ ,  $c$ ,  $s$  sont entièrement déterminées par les coefficients  $a_i^j$ , caractéristiques de l'élément, qui permettent le calcul de l'émission  $L$ ,  $C$ ,  $S$ , effectuée par l'élément sous l'influence d'une excitation quelconque  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$ . L'équilibre du rayonnement dans une enceinte isotherme enfermant ces éléments vibreurs impose d'autres relations entre les  $L$ ,  $c$ ,  $s$  et les  $a_i^j$ , et par suite impose certaines relations entre les  $a_i^j$ . Ces relations suffisent, par exemple, à déterminer tous les coefficients  $a_i^j$  qui caractérisent un vibreur elliptique d'ellipse invariable <sup>(1)</sup>.

Ces résultats paraissent montrer que, d'une façon générale, les notations proposées peuvent être utilisées avec succès dans toutes les questions de polarisation où interviennent des éléments vibratoires dont les phases sont indépendantes.

OPTIQUE. — *Indices de réfraction d'une substance mésomorphe à l'état solide.*

Note de M<sup>lle</sup> **JACQUELINE ZADOC-RAHN**, présentée par M. A. Cotton.

En vue de comparer diverses propriétés physiques d'une même substance mésomorphe dans les trois états : cristal solide — phase mésomorphe — liquide isotrope — j'ai mesuré les trois indices principaux du paraazoxyanisole solide.

La méthode du prisme a été employée pour ces mesures. Par refroidissement lent d'une solution saturée (le solvant utilisé était la benzine), on obtient de beaux cristaux de paraazoxyanisole, dont la plus grande dimension atteint 1<sup>cm</sup>,5. Dans ces cristaux j'ai taillé des prismes dont les faces ont une étendue comprise entre 6<sup>mm²</sup> et 30<sup>mm²</sup>. Les prismes sont taillés de telle sorte que dans chacun d'eux le plan bissecteur contienne deux des axes d'élasticité optique et que l'arête soit parallèle à l'un de ces axes. Au minimum de déviation, chaque prisme fournit ainsi deux des trois indices de réfraction principaux. Deux prismes suffisent donc pour donner les trois indices. A titre de vérification j'ai taillé trois prismes, de façon à obtenir deux fois la valeur de chacun d'eux.

Voici les résultats obtenus avec des prismes d'angle  $A$ , dont le plan bissecteur et l'arête sont orientés exactement à moins d'un degré près :

---

<sup>(1)</sup> F. PERRIN, *loc. cit.*



$(\theta = 19^\circ).$		$\lambda = 0,5893.$	$\lambda = 0,5780.$	$\lambda = 0,5460.$
Prisme I	$n_g$ . . . . .	2,198	2,214	2,265
A = $38^\circ 11'$	$n_p$ . . . . .	1,564	1,565	1,569
Prisme II	$n_p$ . . . . .	1,564	1,565	1,569
A = $49^\circ 12'$	$n_m$ . . . . .	1,573	1,575	1,579
Prisme III	$n_g$ . . . . .	2,199	2,215	2,266
A = $38^\circ 27''$	$n_m$ . . . . .	1,571	1,572	1,576

Le cristal étant clinorhombique, seul l'axe binaire  $n_p$  est un axe principal pour toutes les longueurs d'onde et un prisme taillé pour une certaine radiation, ne donne pas rigoureusement les indices principaux correspondant à toute autre radiation. Mais ici la dispersion des axes est si faible qu'on peut la négliger.

On a donc, d'après les résultats ci-dessus,

$$\begin{aligned} n_g - n_p &= 0,634 && \text{pour } \lambda = 0,5893, \\ &= 0,649 && \text{pour } \lambda = 0,5780. \\ &= 0,696 && \text{pour } \lambda = 0,5460. \end{aligned}$$

*C'est une des plus fortes biréfringences connues.* Parmi les corps mésomorphes, il s'en trouve peut-être de plus biréfringents encore que le para-azoxyanisol.

Pour la taille de ces prismes, j'ai utilisé un procédé nouveau qui donne de bons résultats : j'ai usé les cristaux à l'aide d'un microtome. On obtient ainsi très facilement de belles surfaces planes, d'aussi grande étendue que l'on veut. Le cristal à tailler est maintenu dans le porte-objet par de la paraffine et les clivages ne gênent pas. On obtient un beau poli en frottant le cristal sur un verre très légèrement dépoli mouillé d'eau.

Le para-azoxyanisol est un cristal tendre, mais avec le microtome on peut tailler aussi des cristaux de la dureté du sucre (dureté comprise entre celle du gypse et celle de la calcite).

LUMINESCENCE. — *Sur la luminescence permanente de certains sels d'uranium cristallisés.* Note de M. R. COUSTAL, présentée par M. Jean Perrin.

Au cours de recherches sur les phosphorescences de longue durée, j'ai été amené à étudier subsidiairement un mode de luminescence propre aux sels cristallisés d'uranium.

Pour observer cette luminosité, il est indispensable d'avoir préalable-

ment sensibilisé l'œil aux faibles lumières par un séjour dans l'obscurité complète, prolongé au minimum 30 minutes.

Le phénomène est indépendant de toute insolation préalable, et le temps est sans influence sur son intensité : un tube de nitrate d'urane conservé à l'obscurité depuis deux ans s'est montré aussi lumineux qu'un tube récemment insolé. La température semble également sans action appréciable du moins entre  $-15^{\circ}\text{C.}$  et  $+40^{\circ}\text{C.}$  L'infrarouge n'a pas d'action visible.

Seuls, les sels à l'état solide, et cristallisés sont lumineux, et la luminescence est d'autant plus intense que la fluorescence à l'ultraviolet est plus belle : ainsi le sulfate est le plus lumineux, le nitrate l'est un peu moins, l'acétate beaucoup moins (il faut alors que l'œil ait séjourné une heure dans l'obscurité), les autres sels fluorescents n'ont qu'une luminescence à l'extrême limite de la visibilité qui ne peut être décelée que d'une manière inconstante après un séjour de l'œil à l'abri de la lumière prolongé plusieurs heures.

L'interprétation la plus rationnelle de ces faits est basée sur la présence simultanée, chez les corps précités, de la fluorescence et de la radioactivité, celle-ci excitant celle-là en permanence; on rend compte ainsi de l'indifférence constatée de la luminosité pour les divers agents physiques.

Le calcul montre que l'énergie de radioactivité est plus que suffisante pour rendre compte du phénomène : en supposant en effet UI en équilibre avec  $\text{UX}_1$ ,  $\text{UX}_2$  et UII, mais privé des autres descendants, on trouve que  $1^{\circ}$  d'uranium émet 24000 particules  $\alpha$  par seconde, représentant une énergie de 0,13 erg/seconde.

Or un photon de lumière verte a une énergie d'environ  $4 \cdot 10^{-12}$  erg,  $1^{\circ}$  d'uranium, si toute son énergie radioactive était transformée en lumière, émettrait donc  $3 \cdot 10^{10}$  photons.

Or un petit cristal de  $\text{UO}_2(\text{NO}_3)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$  du poids de 0,1 cesse d'être visible à partir d'une distance de 3<sup>m</sup>, alors que la pupille de l'œil, dilatée par 3 heures de séjour dans l'obscurité absolue, peut avoir un diamètre de près de 8<sup>mm</sup>.

Dans ces conditions, on calcule que, si toute l'énergie radioactive se transformait en lumière verte, l'œil recevrait 630 photons par seconde, soit au moins 63 fois plus qu'il n'est nécessaire pour rendre compte de la visibilité; le rendement lumineux atteindrait donc une valeur de l'ordre de grandeur 1 pour 100.

RADIATIONS. — *Sur les directions d'émission des photoélectrons.*Note de M. **PIERRE AUGER**, présentée par M. Jean Perrin.

1. J'ai indiqué dans une précédente Note et dans un article récent <sup>(1)</sup> les résultats obtenus sur la distribution longitudinale <sup>(2)</sup> des directions d'émission des photoélectrons produits dans une atmosphère d'hydrogène mêlé de quelques centièmes d'argon par le rayonnement  $K\alpha$  du tungstène. La valeur trouvée pour  $\omega_b$ , angle de bipartition, c'est-à-dire qui partage en deux parties égales la distribution, était fortement inférieure à celle indiquée par la théorie simple proposée par F. Perrin et moi-même, théorie qui rend par ailleurs parfaitement compte de la *forme* de la répartition, aussi bien longitudinale que transversale <sup>(3)</sup>.

De la grandeur du déplacement vers l'avant du point milieu de la distribution en  $\omega$ , on peut déduire que la quantité de mouvement dans la direction de propagation des rayons X communiquée en moyenne aux photoélectrons, est notablement plus grande que celle des photons qui leur donnent naissance.

2. Cette étude a été continuée depuis par des mesures faites sur le même gaz avec le rayonnement  $K\alpha$  du molybdène, dont la longueur d'onde (0,71 U. A.) est très supérieure à celle de  $K\alpha$  du tungstène (0,21 U. A.). Les appareils de mesure et de reconstitution des angles vrais sont ceux décrits dans l'article cité, et le nombre de rayons  $\beta$  étudiés a atteint 1200.

Au point de vue de la forme, la répartition suit bien la loi en  $\cos^3 \omega$  proposée par nous, compte tenu du déplacement d'ensemble vers les petits angles. La valeur de l'angle de bipartition qui caractérise ce déplacement est  $77^\circ$ , inférieure de  $6^\circ$  environ à la prévision théorique <sup>(4)</sup>. Si l'on évalue le cosinus moyen de  $\omega$  ( $\overline{\cos \omega}$ ), qui permet de déterminer la projection moyenne sur la direction du faisceau X de la quantité de mouvement des

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 758; *Journal de Physique*, 9, 1928, p. 225.

(2) Distribution des rayons secondaires en fonction de l'angle  $\omega$  que font leurs directions initiales avec la direction de propagation du faisceau excitateur.

(3) Les calculs de Wentzel, basés sur la mécanique ondulatoire, sont dans les cas envisagés ici en accord avec notre théorie simple, et par conséquent présentent le même désaccord avec l'expérience.

(4) Cet angle  $\omega_b$  théorique est de  $82^\circ,40'$  si l'on néglige la valeur du niveau K de l'argon vis-à-vis du quantum incident. Si l'on veut en tenir compte, on peut appliquer la formule proposée par F. Perrin et moi-même, et qui donne  $83^\circ,10'$ .



photoélectrons, on trouve 0,169. Enfin l'asymétrie  $\rho$ , rapport du nombre de rayon  $\beta$  émis en avant à ceux qui retournent en arrière, est égale à 1,9.

3. De la valeur de  $\cos\omega$  directement donnée par l'expérience, on peut déduire le nombre  $\sigma$  qui mesure le rapport de la quantité de mouvement moyenne en avant des photoélectrons, à celle des quanta qui les produisent. Ce nombre est ici égal à 1,32 (ou bien 1,41 si l'on tient compte de la valeur du niveau K de l'argon comme je l'ai indiqué). Le tableau comparatif des grandeurs mesurées et calculées pour les deux rayonnements monochromatiques étudiés jusqu'ici est alors le suivant :

Rayonnement excitateur :	W Ka (0,21 U. Å.)	Mo Ka (0,71 U. Å.)
$\omega_0$ .....	69°	77°
$\cos\omega$ .....	0,313	0,169
$\rho$ .....	3,3	1,9
$\sigma$ .....	1,31	1,32-1,41

La nouvelle valeur de  $\sigma$  n'est pas identique à celle trouvée pour le tungstène, et se rapproche de celle indiquée par Williams dans une Note provisoire à *Nature* <sup>(1)</sup>. S'il se confirme que la projection en avant soit relativement plus importante pour les rayonnements de grande longueur d'onde, on pourrait peut-être y trouver l'explication des observations d'asymétries notables dans l'effet photo-électrique des rayons ultraviolets, où elle devrait être théoriquement très petite. Des mesures sont en cours à ce sujet.

**ÉLECTROCHIMIE.** — *Sur l'électrosmose des mélanges d'électrolytes.* Note de MM. A. BOUTARIC et M. DOLADILHE, présentée par M. Charles Moureu.

A travers un vase poreux, une solution de  $\text{CuSO}_4$  éprouve un transport électrique vers la cathode, une solution de  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$  vers l'anode. Nous avons étudié le transport électrique d'une solution contenant à la fois du  $\text{CuSO}_4$  et du  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$ .

1. Le dispositif utilisé comprenait un vase poreux de Pile, fermé par un bouchon de caoutchouc que traversait un tube de verre de diamètre intérieur

(<sup>1</sup>) *Nature*, 121, 1928, p. 134.

de 1<sup>mm</sup>, recourbé à angle droit et plongeant dans la solution, de manière que, par ascension capillaire, le liquide atteignit jusqu'à la courbure de la branche horizontale. Deux repères *a* et *b*, étant tracés sur le tube, on mesurait les temps *t*<sub>1</sub> et *t*<sub>2</sub> mis par le liquide pour aller de *a* en *b* ou de *b* en *a* suivant le sens de la différence de potentiel appliquée. La durée du transport étant  $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ , on a pris, comme mesure de la vitesse, l'expression  $v = \frac{1000}{t}$ .

Pour chaque mélange étudié, le vase poreux a été lavé par filtration sous la trompe, d'abord à l'eau distillée, puis avec la solution à étudier, un nombre de fois suffisant pour que la vitesse du transport, qui varie au début après chaque lavage, se fixe à une valeur invariable.

2. Dans le cas d'une solution contenant un seul électrolyte, la vitesse du transport varie : 1° proportionnellement à l'intensité du courant ; 2° en raison inverse de la concentration.

Les mêmes lois subsistent pour les solutions contenant un mélange d'électrolytes. C'est ce que montrent immédiatement les résultats contenus dans le Tableau I relatif à des expériences faites avec des courants d'intensité variable *i*, sur des solutions obtenues en mélangeant, à volumes égaux, une solution de  $\text{CuSO}_4 \frac{N}{100}$  et une solution de  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2 \frac{N}{118}$ , puis diluant dans l'eau distillée un volume *v* de ce mélange jusqu'à obtenir des volumes 2*v*, 3*v*, ..., *nv*.

TABLEAU I.

<i>i</i> .	Vitesse du transport		
	<i>n</i> = 1.	<i>n</i> = 2.	<i>n</i> = 3.
20 <sup>mA</sup> . . . . .	4,4	8,8	17,6
40 . . . . .	8,8	17,6	35,3
80 . . . . .	17,59	35,3	70,5

3. Nous avons étudié comment varie la vitesse de transport en fonction de la composition de la solution.

Les solutions étudiées étaient obtenues en mélangeant  $x^{\text{cm}^3}$  d'une solution de  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2 \frac{N}{p}$  et  $(100 - x)^{\text{cm}^3}$  d'une solution de  $\text{CuSO}_4 \frac{N}{q}$ .

Dans le cas général, lorsque *p* et *q* ont des valeurs quelconques, la courbe représentant la variation de la vitesse de transport *v*, pour une valeur donnée du courant et une certaine dilution du mélange, part d'une valeur positive pour  $x = 0$  et aboutit à une valeur négative pour  $x = 100$ , la courbe ayant une forme variable avec le quotient  $\frac{p}{q}$ . Pour une certaine composition  $x_n$ , la valeur du transport s'annule.

Les Tableaux II et III donnent les vitesses de transport observées dans les conditions précédentes, pour une valeur du courant  $i = 20^{\text{mA}}$  et pour diverses dilutions  $n$ .

TABLEAU II.

Mélange de  $\text{CuSO}_4 \cdot \frac{N}{100}$  et de  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2 \cdot \frac{N}{100}$ .

$x$ .	$c$ .		
	$n = 1.$	$n = 2.$	$n = 3.$
0.....	+ 11,2	+ 28,4	+ 56,8
20.....	+ 10,25	+ 20,5	+ 41,1
50.....	+ 4,4	+ 8,8	+ 17,6
70.....	+ 0,45	+ 0,9	+ 1,77
90.....	— 3,25	— 6,5	— 13,10
100.....	— 5,25	— 10,5	— 21

TABLEAU III.

Mélange de  $\text{CuSO}_4 \cdot \frac{N}{100}$  et de  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2 \cdot \frac{N}{118}$ .

$x$ .	$c$ .		
	$n = 1.$	$n = 2.$	$n = 3.$
0.....	+ 14,8	+ 28,4	+ 56,8
20.....	+ 10,8	+ 21,6	+ 41
50.....	+ 5,1	+ 10,2	+ 20,4
70.....	+ 1,1	+ 2,2	+ 4,4
90.....	— 3,2	— 6,39	— 12,8
100.....	— 6,3	— 12,6	— 25

Dans le cas général, l'examen des graphiques ne conduit à aucune loi simple entre la forme des courbes et la valeur du quotient  $\frac{P}{q}$ .

La composition qui correspond à un transport nul est reliée à la valeur  $s$  du quotient  $\frac{P}{q}$  par une relation hyperbolique de la forme  $x \times s^{8,7} = 72,5$ .

Pour  $\frac{P}{q} = 1$ , c'est-à-dire lorsque les solutions étudiées ont été obtenues en mélangeant des solutions de  $\text{CuSO}_4$  et de  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$  d'égale normalité, la vitesse de transport varie linéairement en fonction de  $x$  et la valeur du point neutre correspond à  $x_n = 72,5$ .



CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une méthode rapide de calcul de dissociations homogènes. Application au gaz carbonique.* Note <sup>(1)</sup> de MM. **PIERRE JOLIBOIS** et **PIERRE MONTAGNE**, présentée par M. H. Le Chatelier.

On sait que la dissociation du gaz carbonique est exprimée par l'équation

$$(1) \quad \int \frac{L dT}{RT^2} + \text{Log } p + \text{Log } K = \text{const.},$$

où  $L$  désigne la chaleur de réaction à la température absolue  $T$ ,  $p$  la pression et  $K$  la constante de dissociation.

Si l'on appelle  $x, y, z$  les concentrations respectives des trois gaz  $\text{CO}_2$ ,  $\text{CO}$ ,  $\text{O}_2$ , la valeur de  $K$  est donnée par

$$(2) \quad K = \frac{y^2 z}{x^2}.$$

Dans le cas où l'on étudie la dissociation non d'un mélange à proportions quelconques des trois gaz, mais du gaz carbonique pur, on peut exprimer la constante de dissociation en fonction du coefficient de dissociation  $\alpha$  de ce gaz :

$$(3) \quad K = \frac{\alpha^3}{(1 - \alpha)^2 (2 + \alpha)}.$$

Le but de cette Note est de montrer que, par des moyens graphiques appropriés, on peut résoudre instantanément ces trois équations, résolution qui donne la solution immédiate des problèmes qui se posent à propos de la dissociation.

L'équation (1) peut être mise sous la forme d'un nomogramme à points alignés <sup>(2)</sup> qui nous donne les valeurs numériques soit de  $K$ , soit de  $\alpha$  correspondant à un couple de valeurs numériques de  $p$  et de  $T$ .

L'équation (2) contient quatre quantités  $x, y, z, k$ , les trois premières sont reliées par la relation  $x + y + z = 1$ . On peut donc représenter cette équation au moyen du diagramme triangulaire par un réseau de courbes, donnant pour chaque valeur de  $k$  le lieu des points représentant les concen-

<sup>(1)</sup> Séance du 3 décembre 1928.

<sup>(2)</sup> M. D'OCAGNE, *Traité de Nomographie*, Gauthier-Villars, 1921, 2<sup>e</sup> édition, Chap. IV, p. 155 et suiv.; *Calcul graphique nomographique*. (*Encycl. scientifique*, Doin, 1908, p. 221 et suiv.; 3<sup>e</sup> édition, 1924, p. 223 et suiv.).

trations  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ; le point correspondant à la dissociation du gaz carbonique est situé sur la droite CD (le point D au tiers de AB à partir de A), droite également graduée en valeurs de  $\alpha$ .

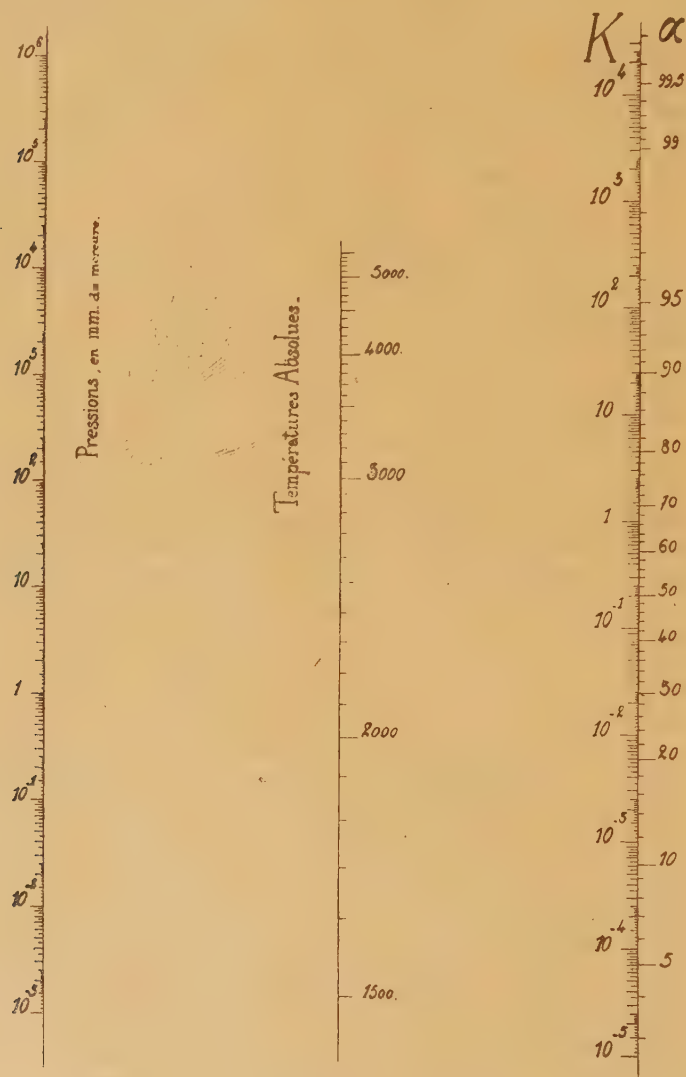


Fig. 1.

Cette représentation permet de résoudre le problème suivant qui se pose dans les phénomènes de dissociation :

Étant donné un mélange hors d'équilibre représenté par le point M, suivant quel chemin ce mélange atteindra-t-il sa composition d'équilibre

représentée par le point H ? Les concentrations suivent dans le retour à

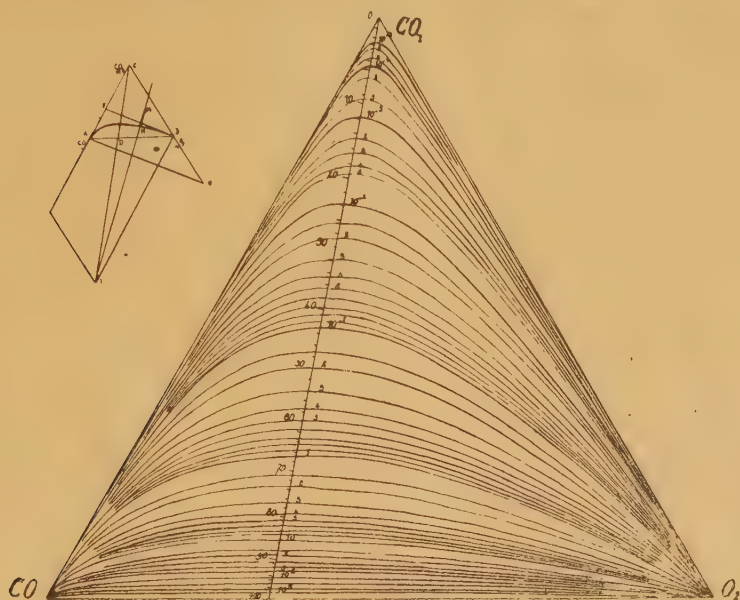


Fig. 2.

l'équilibre le trajet rectiligne MH obtenu en joignant le point M au point I tel que  $DI = 2CD$ .

**CHIMIE APPLIQUÉE. — Étude du mécanisme de la stabilisation des poudres à la nitroglycérine par la diéthylidiphénylurée.** Note de MM. **LÉCORCHÉ** et **JOVINET**, présentée par M. Vieille.

Depuis plusieurs années, l'utilisation de la diéthylidiphénylurée symétrique, appelée encore centralite, pour la gélatinisation de la nitrocellulose et la stabilisation des poudres à la nitroglycérine s'est répandue dans la plupart des pays. Il fallait utiliser en effet pour ces poudres un stabilisant neutre, la nitroglycérine étant saponifiée avec une extrême facilité. La diphénylamine, à fonction légèrement basique, excellent stabilisant pour les poudres B, n'était qu'un stabilisant médiocre pour les poudres à la nitroglycérine.

Nous avons cherché à déterminer le mécanisme de la stabilisation par la centralite, afin d'en déduire une méthode simple de surveillance et d'en



tirer un enseignement pour la recherche de stabilisants du même groupe.

Une étude complète de cette question qui a été développée dans un autre Recueil, nous a permis de trouver et de doser les produits de transformation de la centralite formés pendant la conservation des poudres. De tous, le plus important est l'éthylphénylnitrosamine. Les autres sont en quantité très faible et difficilement dosables.

Le mécanisme de la stabilisation par la centralite de la poudre à la nitroglycérine peut en être déduit très simplement :

Dès que la poudre devient acide, la centralite est hydrolysée, une molécule donnant deux molécules d'éthylaniline qui absorbe immédiatement l'acide nitreux existant pour donner l'éthylphénylnitrosamine, l'acide nitrique étant, en partie tout au moins, absorbé par la centralite pour donner la mononitrocentralite.

De la présence de l'éthylphénylnitrosamine comme produit principal de la transformation, on peut déduire une méthode de surveillance des poudres à la nitroglycérine par dosage, basé sur la réaction colorée que donne cette nitrosamine en présence d'une solution chlorhydrique de naphtylamine  $\alpha$ .

La diéthylldiphénylurée apparaît donc, dans le cas des poudres à la nitroglycérine, comme un stabilisant de grande valeur. Elle répond bien à la condition de ne posséder aucune fonction acide ni basique : d'autre part, sous l'influence de traces d'acides, elle est hydrolysée et débite ainsi, au fur et à mesure des besoins, le corps nécessaire pour neutraliser à chaque instant l'acidité émise par la poudre.

GÉOLOGIE. — *Sur l'action des gaz sulfureux à températures élevées sur les verres et roches basiques et une origine probable des eaux thermales sulfatées.* Note de M. ALBERT PORTEVIN, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Au cours de l'étude du recuit des roches fondues et verres basiques on a observé le phénomène suivant. Des échantillons chauffés à 900° dans les gaz d'un four alimenté par un gazogène au coke, et abandonnés ensuite à l'air se recouvraient d'efflorescences blanches formant un enduit superficiel peu adhérent leur donnant l'aspect d'objets couverts de givre; cet enduit givré apparaît ou disparaît selon le degré hygrométrique de l'air, montrant ainsi qu'il s'agit de sels efflorescents.

Ce phénomène trouve bien son origine dans une attaque chimique à haute température par les gaz des foyers, car il ne se produit jamais sur les surfaces des cassures si l'on brise les pièces après recuit.

L'étude chimique de cet enduit a montré qu'il était en majeure partie formé de sels solubles dans l'eau, dont on peut reconstituer la composition d'après l'analyse chimique élémentaire. C'est ainsi que l'on a trouvé par exemple sur un verre basaltique :

Sulfate de sodium.....	82,2	pour 100	
» » potassium....	2,8	»	»
» » magnésium.....	2,0	»	»
» » calcium.....	13,0	»	»

La partie soluble est donc entièrement formée de sulfates alcalins et alcalino-terreux parmi lesquels domine le sulfate de sodium qui en constitue les quatre cinquièmes.

Le coke de gaz servant au chauffage des fours de recuit contient une petite quantité de soufre donnant des gaz de combustion légèrement sulfureux. Cette très minime proportion de gaz sulfureux suffit à provoquer à haute température une attaque superficielle, attaque sélective puisque, malgré la très faible proportion d'alcalis contenus dans les verres expérimentés (environ 2,5 pour 100  $\text{Na}_2\text{O}$  et 2 pour 100  $\text{K}_2\text{O}$ ) et la teneur notable en alcalino-terreux (environ 20 pour 100 de  $\text{CaO} + \text{MgO}$ ) il se produit presque exclusivement du sulfate de sodium.

A la surface de certains échantillons sortant du four de recuit, le résultat de l'attaque se présente sous forme d'une sorte d'émail transparent, formé d'aiguilles cristallines enchevêtrées qui, sous l'influence de la vapeur d'eau de l'haleine, se givre instantanément, mettant ainsi en évidence l'hydratation du sulfate de sodium.

Tous ces phénomènes disparaissent entièrement lorsqu'on a débarrassé les objets par lavage de l'enduit de sulfates solubles.

Ainsi donc, les gaz sulfureux, même très dilués, attaquent superficiellement à température élevée, les roches et verres basiques en formant des sulfates alcalins et alcalino-terreux et presque exclusivement du sulfate de soude malgré la très faible proportion de soude des roches.

Dans l'ère de décroissance des phénomènes volcaniques, pendant la période des fumerolles, des gaz chauds sulfurés et oxydants passent dans les fissures ou diaclases des roches laviques donnant naissance à des enduits ou dépôts de sulfates solubles. La période de circulation des vapeurs et eaux

chaudes qui lui succède dissout les sels ainsi formés, produit donc des eaux thermales sulfatées alcalines souvent très minéralisées (Pullna, Sedlitz, Hunyady-Janos, etc.). Il n'est pas besoin de rappeler la position géographique de ces sources sulfatées par rapport aux régions volcaniques.

GÉOLOGIE. — *La limite septentrionale des charriages subbétiques entre la Sierra Sagra et le Rio Segura.* Note de M. P. FALLOT, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai montré <sup>(1)</sup> que la limite des charriages subbétiques semble passer au nord de la Sierra Sagra et dans le Massif de la Sierra Seca: en 1928, j'ai suivi cette ligne vers l'Est et parcouru l'avant-pays entre Elche de la Sierra, Fuente del Tay, Yeste, Nerpio et Moratella.

Vers Fuente del Tay, où elles supportent des grès et dolomies considérées comme jurassiques, et à la Rambla del Fontanar où elles comportent des roches éruptives, des marnes bariolées représentent, peut-être, le Keuper, du reste peu caractéristique. Entre Elche de la Sierra et la Loma de la Carrasca affleurent, sous le Miocène transgressif, des formations sableuses ou gréseuses roses, blanches et rutilantes, nettement différentes du Keuper typique, et rappelant au contraire le Crétacé à faciès d'Utrillas. Elles supportent des dolomies appartenant peut-être au Crétacé supérieur.

Entre Elche et Yeste ces dolomies peu ondulées, boisées de pins, affleurent largement, mais de nombreux ravins laissent observer leur substratum de couches versicolores qui sont, aussi, profondément entamées par le Rio Segura. La meilleure coupe est donnée par le versant nord du fleuve vers Yeste. La cote 1100 dominant cette ville au Nord-Ouest est couronnée de calcaires miocènes, transgressifs sur des grès fins, blancs, qui reposent sur les dolomies. Celles-ci forment l'arête de l'Ermita, le Cerro Humoso à l'Est, la Tenada de Bonach au Sud. Entre ces derniers sommets deux torrents parallèles, descendant de Yeste au Rio Segura, ont entamé la série versicolore. Sous la ville et sous la dolomie sa partie supérieure est formée de sables, puis de marnes lie de vin ressemblant à celles du Trias, et dont la base est en partie cachée par les alluvions.

Aux abords du Rio Segura, le chemin de la Graya traverse les arroyos de los Quemados et de Tinjarra et coupe, *sous les couches versicolores*, un

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 157.



anticlinal de calcaires marno-gréseux à *Toucasia* sp., *Exogyra latissima* Lk., var. *Aquila* d'Orb., *Liostrea Pasiphae* Coq. sp., *Ostrea* cf. *Palæmon* Coq., *Cerithium Valeriæ* de Vern. et bivalves divers. Ce niveau, sans doute bar-rémo-aptien, dont le substratum est inconnu, suffit à établir qu'ici la série versicolore n'est pas triasique. Le faciès de cet épisode zoogène complète l'analogie de l'ensemble de cette formation néritique et continentale avec le Crétacé inférieur d'Utrillas (Bas Aragon).

La série s'étend au sud du Rio Segura complétée (S<sup>a</sup> de los Molares et Rodas) par les dolomies. Recouverte par le Miocène des Sierras de Lagos et Tragoncillo, elle réapparaît (marnes et sables versicolores avec banc à *Toucasia*) dans le ravin du chemin Gontar-Yetas, peu avant ce dernier village.

Le Crétacé à faciès d'Utrillas atteint et dépasse sans doute, vers le Sud, Prado Redondo; les dolomies qui le recouvrent forment le Guillem et les Lomas del Sabinar, et s'étendent en une bande orientée Sud-Ouest-Nord-Est.

Le Miocène limite cette bande au Sud-Est. Largement étendu et plissé selon la zone Nerpio-Sabinar-San Juan Bautista-nord de Moratalla, il supporte les masses chevauchantes venues du Sud-Est qui prolongent, vers le Nord-Est, le massif de la S<sup>a</sup> Seca. Ainsi, au sud du Rio Taibillo, il est recouvert par les dolomies et le Keuper des cotes 1237 et 1381 (Castellas) et par les lambeaux de Keuper que coupe la route de Caravaca entre les kilomètres 34 et 35. L'arroyo Tercero passe au pied d'une falaise de Néogène dont la tranche montre le dispositif en synclinal évasé, relevé au Nord-Ouest contre le massif anticlinal de la Cuerda de la Gitana. Dans le berceau synclinal demeure un témoin, d'environ 1<sup>km</sup> sur 2, formé de marnes bariolées à gypse du Keuper, enrobant des blocs de calcaires à *Fucoides* du Muschelkalk et de dolomies bleues, identiques à ceux que l'on trouve au bord de la zone bétique. La route coupe un autre témoin à l'ouest de Sabinar. Plus à l'Est, la dépression par laquelle, infléchie vers le Sud, elle gagne le col de Tia Lucia est formée de grès et marnes oligo-miocènes, mais des massifs charriés la dominent : à l'Ouest, la Sierra de Gibarraya dont la base admet un puissant amas de Keuper, à l'Est, la Sierra de Morera couronnée de dolomies du Secondaire avec, au contact du Tertiaire, un liseré irrégulier de Keuper.

Par ce sommet, nous abordons la région montagneuse de Caravaca dont, jusqu'à Moratalla, le chevauchement sur le Néogène est manifeste. Le Rio Benamor est creusé dans les marnes tertiaires qui sont chevauchées au Sud

par de puissantes dolomies jurassiques culminant au Buitre (1426<sup>m</sup>). Un coin écrasé de Tithonique, Crétacé bathyal et Nummulitique, est intercalé au contact. Les Sierras del Fronton et de los Frailes sont des témoins de ces dolomies charriées, flottant en avant de ce front sur le Néogène.

Ce dernier se relève vers le Nord, et, dès le Rio Alarabe et la Sierra de la Muela, le prolongement de la zone anticlinale de la Cuerda de la Gitana réapparaît, formé de Lutétien puis de dolomies crétacées sans doute autochtones.

Vers l'Est, à partir du Barranco Yeseras (nord de Caravaca), la masse charriée est presque uniquement formée de Trias. La ligne de contact anormal passe au sud-est de la route de Calasparra, contourne au Nord-Ouest le massif dolomitique de la S<sup>a</sup> de Saint-Miguel et atteint Calasparra où elle disparaît sous le Miocène récent transgressif.

GÉOLOGIE. — *Sur l'extension des couches à Thersites et à phosphate dans le versant sud de l'Atlas de Marrakech (Maroc)*. Note de M. LÉON MORET, présentée par M. Pierre Termier.

Les formations phosphatées sont connues sur toute la lisière nord de l'Atlas de Marrakech et j'ai montré <sup>(1)</sup> qu'elles pénètrent très loin dans l'intérieur de la chaîne au sud d'Amismiz. Sur la lisière Sud, elles n'étaient connues jusqu'ici que dans la partie occidentale du Sous, aux abords d'Agadir. Plus à l'Est, et dans le Goundafa, les recherches de L. Neltner <sup>(2)</sup> ont montré que la couverture posthercynienne de l'Atlas se termine par le Cénomanién supérieur.

Plus à l'Est encore, cette couverture n'existe qu'à l'état de lambeau, mais au delà du Tifnout, en région Glaoua, elle se développe de nouveau en immenses plateaux et, cette fois, la série sédimentaire se complète vers le haut et comporte des affleurements d'Éocène phosphaté, très étendus vers le Sud, et dont on ne soupçonnait pas l'importance.

La constitution de cet Éocène est assez variable dans le détail, mais elle se retrouve à peu près la même sur tous les plateaux.

Voici, à titre d'exemple, une coupe relevée le long de l'Assif Ounila, de haut en bas :

1° Couches sableuses grises;

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 784.

<sup>(2)</sup> *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 707.

2° Grès grossier silicifié à silex et lumachelle de petites Huîtres (*O. multicostata* Desh.);

3° Calcaire grossier dur, siliceux, à concrétions calcédonieuses géodiques; nombreux fossiles (Huîtres, Gastéropodes, Turritelles);

4° Couches sableuses phosphatées, quelques silex. A la base de ces couches, banc de marnes rosées pétries d'Oursins (*Mauritanaster Gentili* Lamb.) accompagnés de *Cardita Sablieri* Coq., de Turritelles, de Nautilus;

5° Calcaire dur à patine jaunâtre, formant corniche; nombreux et beaux fossiles silicifiés : *Hemithersitea maroccana* Sav., *Fusus*, *Volutilithes*, *Murex*, *Cassidaria*, *Natica* aff. *debilis* Bay., *Turritella* aff. *Deletrèi* Coq., *Turritella* (*Mesalia*) n. sp., *Cardita Chmeietensis* Oppen., *C.* aff., *egyptiaca* Fraas, *Ostrea multicostata* Desh., Nautilus, dents de Squales, etc;

6° Calcaire crayeux, blanchâtre à Huîtres lisses (*Vulsella*);

7° Marnes rouges et vertes à gypse du Sénonien.

L'Oursin de la couche n° 4 a été déterminé par M. J. Lambert qui l'avait décrit en 1920 d'après des échantillons récoltés par L. Gentil dans la vallée de l'Assif Imar'en, au nord-est de Tamdacht et dans des couches attribuées au Cénomanien par cet auteur. M. Lambert a toujours insisté dans ses publications sur les affinités tertiaires (Éocène inférieur) de cet Oursin (<sup>1</sup>).

Le calcaire du n° 5 est riche en Thersitées de toutes tailles, mais surtout en jeunes individus de *Hemithersitea maroccana*, dont je dois la détermination à l'obligeance de M. Savornin. La faune de Mollusques qui accompagne ces Thersitées présente des affinités avec celles de l'Algérie et de l'Égypte bien connues depuis les travaux de Coquand, de J. Darest de la Chavanne et d'Oppenheim. Mais il y a des différences et je serais tenté de lui attribuer un âge plus ancien, opinion d'ailleurs corroborée par la présence de *Mauritanaster Gentili*, Spatangue dont le degré d'évolution implique, d'après M. Lambert, un âge éocène tout à fait inférieur.

BOTANIQUE. — *Sur l'origine du bois d'Imbuia du Brésil et sur la biologie de l'arbre producteur, le Phoebe porosa Mez. de la famille des lauracées.*

Note de M. AUG. CHEVALIER, présentée par M. L. Mangin.

Plusieurs bois brésiliens, autrefois assez fréquents sur les marchés et employés dans l'ébénisterie de luxe, notamment le Pao Brasil (*Caesalpinia*

(<sup>1</sup>) Cf. L. GENTIL, *Comptes rendus*, 160, 1915, p. 771, et J. LAMBERT, *Mém. Soc. Ac. de l'Aube*, 84, 1920, p. 22.



*echinata* Lamk.) qui a donné son nom à la grande république de l'Amérique du Sud et le Bois de Rose du Brésil (*Dalbergia nigra*, Fr. Allem.) connu en France sous le nom de Palissandre sont devenus quasi introuvables par suite de leur exploitation abusive.

Parmi les bois nouveaux qui les ont remplacés, l'un des plus recherchés pour la fabrication des meubles et pour la menuiserie intérieure de luxe est l'*Imbuia* du Panama, connu sur les marchés du Brésil depuis vingt ou trente ans seulement. C'est aujourd'hui le bois le plus employé en ébénisterie à São-Paulo, à Rio de Janeiro et dans tous les États du Sud du Brésil qui en exportent aussi chaque année aux États-Unis sous le nom de *Brazilian Walnut*. Au mois de juin dernier le Professeur Samuel Record de Yale University me conseilla de faire pendant mon séjour au Brésil des recherches sur l'origine botanique de ce bois, origine jusqu'alors inconnue.

Les botanistes et forestiers brésiliens l'ont rapporté tour à tour à la famille des Bignonacées et à celle des Lauracées.

En 1924, S. J. Record plaçait l'*Imbuia* dans les Lauracées sous le nom de *Nectandra* sp. <sup>(1)</sup> et donnait une description succincte du bois.

Au mois de septembre, sous les auspices de l'École polytechnique de São-Paulo, j'ai pu me rendre au Parana, dans la région de Ponta-Grossa. J'ai eu la chance de rencontrer l'*Imbuia* en boutons floraux, et quelques semaines plus tard un aimable correspondant brésilien M. le Dr Paulo da Silva Leitao me fit parvenir des rameaux en pleine floraison cueillis sur un arbre que j'avais repéré.

A mon passage à Rio, je pus, comparer mes matériaux avec un spécimen de l'Herbier du Musée national récolté par Sellow et étiqueté *Cresdaphne porosa* et constater une très grande analogie entre les deux plantes.

A l'Herbier du Muséum national d'Histoire naturelle de Paris, j'ai pu comparer aussi mes échantillons avec deux autres portant l'indication « São-Paulo », récoltés par Gaudichaud en 1832 et étiquetés par Mez, le monographe des Lauracées américaines, *Phæbe porosa* Mez. Cette espèce typifiée par les spécimens de Sellow et de Gaudichaud est synonyme d'*Oreodaphne porosa*. J'ai constaté leur complète identité.

Le bois d'*Imbuia* est donc certainement fourni par le *Phæbe porosa* (Nees) Mez. J'ai pu également reconnaître qu'il n'existe qu'une seule espèce

---

(1) *Timbers of Tropical America*, p. 180.

productrice, bien qu'on connaisse une grande quantité de sortes commerciales de ce bois, dont la teinte varie du jaune clair (jaune bois) au brun avec des veines noires (cœur des vieux arbres et racines âgées).

C'est un très beau bois qui se présente parfois sous forme de larges pièces ayant plus d'un mètre de large. Le *Phœbe porosa* croît dans les forêts humides des États de Parana et de Santa Catharina, de préférence entre 800 et 1200<sup>m</sup> d'altitude. Il est souvent mélangé aux peuplements d'*Araucaria brasiliana* et de Raté (*Ilex paraguayensis*), et il forme parfois le cinquième du peuplement ligneux de ces forêts.

Il atteint à l'état adulte jusqu'à 35 à 40<sup>m</sup> de haut, et nous avons vu des troncs mesurant jusqu'à 2<sup>m</sup> de diamètre. Ses feuilles papyracées, subtrinnervées, sont persistantes, mais néanmoins lorsque de nouvelles feuilles font leur apparition, en août-septembre, la plupart des vieilles feuilles se détachent. Ces feuilles se font remarquer par l'existence à la face inférieure de petites acarodomaties à bords ciliés à l'aisselle de la nervure médiane et de certaines nervures secondaires. Ce sont ces petits pertuis qui ont valu à la plante son nom spécifique.

Les inflorescences sont des grappes de cymes insérées à l'extrémité des rameaux, mais au moment de la floraison un bourgeon latéral à feuilles se développe dans le prolongement du rameau florifère et les inflorescences deviennent latérales. Les fruits arrivent à maturité en janvier et tombent sous les arbres, les porcs en sont friands. J'ai constaté qu'une grande partie des fruits avortent et se transforment en galles sphériques (diptéroécidie) de la taille d'un gros pois et qui persistent sur les rameaux jusqu'à la floraison suivante.

Le *Phœbe porosa* qui est voisin d'autres espèces, soit du sud du Brésil (*Bamaena Mez* du Rio-Grande-do-Sul.), soit de l'Uruguay (*P. vesiculosa Mez*), présente de grandes affinités avec certains *Cinnamomum* d'Indochine et s'en rapproche par l'organisation des fleurs, par la structure du bois, par l'odeur camphrée que dégagent toutes les parties de la plante. Il est certain que la démarcation entre les genres *Phœbe* et *Cinnamomum* est artificielle et seulement d'ordre géographique.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action favorisante de l'iodure de potassium sur l'iodovolatilisation.* Note de **PIERRE DANGEARD**, présentée par M. P. A. Dangeard.

Au cours d'expériences sur l'iodovolatilisation, nous avons reconnu que l'iodure de potassium exerçait à certaines doses une influence très remarquable sur l'émission d'iode libre par les Algues.

Lorsqu'on place un tronçon cylindrique de stipe frais de *Laminaria flexicaulis* dans un tube à essai rempli d'eau de mer où l'on a dissous préalablement un millième d'iodure de potassium, on observe au bout de quelques minutes que le liquide, décanté dans un deuxième tube et agité avec quelques gouttes de benzine, renferme une quantité très appréciable d'iode libre. Or un pareil résultat n'est que très rarement atteint dans l'eau de mer normale, à la suite d'iodovolatilisation spontanée.

La même expérience répétée exactement dans les mêmes conditions, ne réussit plus avec les Algues pauvres en iode comme le *Saccorhiza bulbosa* ou l'*Himanthalia lorea*; elle ne réussit pas non plus si le stipe de *L. flexicaulis*, au lieu d'être frais, a été traité au préalable par le chloroforme ou l'éther suffisamment longtemps pour assurer la destruction de l'épiderme.

Il est facile, d'autre part de se rendre compte par des expériences comparatives qu'un stipe de *L. flexicaulis*, déjà actif dans l'iodovolatilisation avant toute expérience, le devient beaucoup plus après un séjour de quelques minutes dans de l'eau de mer tenant en dissolution un millième d'iodure de potassium.

Par conséquent, l'iode libre que l'on peut caractériser dans de l'eau de mer iodurée ayant séjourné au contact d'un stipe frais de Laminaires, provient sans aucun doute d'une émission effectuée par les cellules. D'autre part, les tissus coupés ne sont pas actifs dans l'expérience précédente, car celle-ci peut être réalisée en ne mettant au contact du liquide que la surface du stipe revêtue de son épiderme intact et les résultats obtenus n'en sont pas modifiés. Les cellules périphériques qui sont, comme nous l'avons montré dans un travail antérieur<sup>(1)</sup>, les éléments iodogènes dans l'iodovolatilisation normale, entrent donc seules en jeu.

Il en résulte que l'iodure de potassium agit sur l'assise iodogène et il est

---

<sup>(1)</sup> **PIERRE DANGEARD**, *Contribution à la connaissance du cycle de l'iode chez les Algues marines* (*Le Botaniste*, 20, 1928, p. 89).



probable que son rôle consiste à fournir aux cellules qui l'absorbent l'aliment de leur production d'iode libre. On s'explique ainsi le renforcement de l'iodovolatilisation normale par suite d'un ravitaillement facile en iodures.

L'action de l'iodure de potassium sur l'iodovolatilisation a des conséquences importantes. Elle se fait, en effet, sentir non seulement sur les diverses espèces de *Laminaria*, mais également sur des Algues peu actives naturellement (*Pelvetia*, *Ascophyllum*, *Fucus*), qui, après un passage d'un quart d'heure dans de l'eau de mer iodurée, volatilisent l'iode abondamment. Elle n'a aucune influence, par contre, sur les Algues qui sont connues pour leur inactivité (*Fucus platycarpus*, *Saccorhiza*, *Himanthalia*, *Chorda filum*, *Bifurcaria*, *Halydris*, etc.). Le résultat négatif obtenu après passage dans de l'eau de mer iodurée confirme donc l'absence de pouvoir iodogène chez ces Algues.

Chez la plupart des Floridées l'action de l'eau de mer iodurée n'a donné aucun résultat. Cependant les quatre espèces suivantes, *Gracilaria multipartita*, *G. confervoides*, *Calliblepharis jubata* et *Chondrus crispus*, après un séjour d'un quart d'heure dans de l'eau de mer tenant en dissolution un millième d'iodure de potassium, ont bleui fortement un papier amidonné avec lequel nous les avons mises en contact.

Parmi ces Floridées, il y en a deux, le *Gracilaria multipartita* et le *Calliblepharis jubata*, qui, à l'état frais et non traités par l'iodure, ont coloré le papier bristol en bleu au bout de quelques heures, sous une pression légère. Or une propriété analogue n'était connue jusqu'ici que chez les Floridées à ioduques (*Bonnemaisonia*, *Asparagopsis*, *Falkenbergia*), d'après Golenkin, Kylin, Sauvageau et Chemin. Ces auteurs ont montré qu'elle est due à la rupture de réservoirs iodés (blasenzellen de Kylin et ioduques de Sauvageau), à la suite de meurtrissure ou de l'action d'un acide. Chez les Gracilariées nous n'avons pas vu d'éléments différenciés du genre des ioduques et ces Algues d'autre part manifestent un dégagement d'iode libre lorsqu'elles sont maintenues par une légère pression au contact d'un papier sensible, mais non quand elles sont écrasées ou quand on les traite par un acide. Il paraît probable dans ces conditions que les Gracilariées doivent être comparées non aux Bonnemaisoniées, mais aux Laminaires et surtout aux Fucacées dont l'iodovolatilisation est faible comme la leur.

Il existe donc, selon nous, chez certaines Floridées des phénomènes d'iodovolatilisation peu intenses comparables à ceux que nous avons découverts chez certaines Fucacées et nous sommes conduit à mettre à part

les Algues à ioduques chez lesquelles il n'a pas été signalé jusqu'ici d'émission d'iode spontanée.

En outre nous indiquons une méthode permettant de favoriser l'iodovolatilisation chez les Algues au moyen d'un séjour de quelques minutes dans un bain d'eau de mer iodurée. Cette méthode trouvera son emploi principalement dans la recherche de l'iodovolatilisation chez les Algues présumées peu actives où elle amplifiera le phénomène.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *L'acide cyanhydrique chez les Lotus*. Note de M. PAUL GUÉRIN, présentée par M. L. Mangin.

Le genre *Lotus* (Légumineuses-Papilionacées) comprend environ soixante espèces dont une douzaine pour la flore de France. S'il est vrai que la plupart constituent pour le bétail de bons fourrages, quelques-unes, cependant, peuvent être dangereuses en raison de l'acide cyanhydrique qu'elles renferment.

Le *L. arabicus* L., indigène de l'Égypte et du nord de l'Afrique, est la première espèce dans laquelle Dunstan et Henry <sup>(1)</sup> ont signalé, en 1900, la présence d'un glucoside cyanogénétique qu'ils ont dénommé *lotusine*, donnant par dédoublement, sous l'influence d'un ferment, la *lotase*, différente de l'émulsine, de l'acide cyanhydrique et de la *lotoflavine*. Le *L. australis* Andr., d'après Henry (*Science Progress*, juillet 1906), renferme également de l'acide cyanhydrique.

En 1911, H. E. Armstrong, E. F. Armstrong et F. Norton <sup>(2)</sup> mentionnent l'existence d'acide cyanhydrique chez le *L. corniculatus* L., récolté pendant l'été sur les bords de la Tamise. James M. Petrie (*Proceed, of the Linnean Society of New South Wales*, avril 1912) cite le *L. edulis* L. parmi les plantes à acide cyanhydrique et M. Mirande <sup>(3)</sup> fait, en 1913, la même constatation pour le *L. ornithopodioides* L. de la région méditerranéenne.

Plus récemment, en 1925, H. Foley et L. Musso <sup>(4)</sup> ont obtenu du *Lotus*

<sup>(1)</sup> W. R. DUNSTAN et T. A. HENRY, *Proc. of the royal Soc.*, 67, 1900, p. 224, et 68, 1901, p. 374.

<sup>(2)</sup> H. E. ARMSTRONG, E. F. ARMSTRONG et F. NORTON, *Chem. News*, 104, 1911, p. 276.

<sup>(3)</sup> M. MIRANDE, *C. R. Soc. Biologie*, 75, 1913, p. 434.

<sup>(4)</sup> H. FOLEY et L. MUSSO, *Arch. de l'Institut Pasteur d'Algérie*, 3, 1925, p. 394.

*Jolyi* Battandier jusqu'à 1<sup>5</sup>,425 d'acide cyanhydrique par kilogramme de plante fraîche et il est vraisemblable que c'est à cette légumineuse que sont dus les accidents toxiques observés sur le bétail saharien et notamment sur le chameau.

Les recherches que nous avons poursuivies sur ces plantes nous ont amené à signaler l'existence du glucoside cyanogénétique chez d'autres espèces, tout en confirmant et complétant quelques-unes des observations précédentes.

Parmi les espèces de France, le *L. tenuis* Waldst. et Kit. (*L. tenuifolius* Reich.) se montre particulièrement riche en acide cyanhydrique : le papier picro-sodé de L. Guignard prend, en moins d'une heure, en présence de 5<sup>s</sup> de la plante entière broyée, additionnée de quelques centimètres cubes d'eau, une teinte rouge brique très accentuée. Le *L. Requienii* Mauri, espèce italienne, a donné, dans des conditions analogues, et très rapidement, un résultat nettement positif. Il en a été de même avec de jeunes pousses de *L. creticus* L. Le virage du papier s'est également produit, mais plus lentement, avec le *L. Gebelii* Vent., de l'Orient.

La feuille semble bien être l'organe le plus riche en principe cyanogénétique. Ce dernier peut également se rencontrer dans la corolle, chez le *L. corniculatus* L., par exemple, mais, dans cette espèce, la racine n'en renferme pas trace.

Les gousses encore jeunes et vertes, avec les ovules qu'elles renferment, se montrent, dans toutes les espèces étudiées, dépourvues ou à peu près, d'acide cyanhydrique et les graines de *L. corniculatus* L. et de *L. ornithopodioides* L. n'ont provoqué aucun changement de teinte du papier picro-sodé.

Toutefois, si les graines de *Lotus* ne contiennent pas de glucoside cyanogénétique, celui-ci apparaît dès le début de la germination dans la jeune plantule où il est facile de mettre l'acide cyanhydrique en évidence, même en opérant sur de très faibles quantités : 12 à 15<sup>es</sup> de feuilles primordiales de *Lotus creticus* L. et de *L. ornithopodioides* L. En opérant sur un gramme de plantules des mêmes espèces n'ayant épanoui que leurs deux cotylédons, on obtient, au bout d'un quart d'heure, une coloration rouge brique très intense du papier picro-sodé, tandis que semblable résultat n'est atteint, en opérant dans des conditions identiques, qu'au bout de 6 heures environ, avec le *L. corniculatus* L.

Quelle que soit l'espèce considérée, les cotylédons et les premières feuilles de la jeune pousse se montrent plus riches en principe cyanogénétique que l'hypocotyle et la tige épicotylée.

Les *L. conimbricensis* Brot. (*L. coimbrensis* Willd.), *L. hispidus* Desf., *L. uliginosus* Schk. (*L. major* Sm.) n'ont provoqué aucun changement de teinte du papier picro-sodé. Le résultat a été également négatif avec le *L. villosus* Burm. Par l'absence totale de principe cyanogénétique, le *L. uliginosus* Schk. se distingue ainsi nettement du *L. corniculatus* L. dont il ne diffère que très peu par les caractères morphologiques.



Le *Tetragonolobus siliquosus* Roth (*Lotus siliquosus* L.) et le *T. purpureus* Moench (*Lotus Tetragonolobus* L.) se montrent également dépourvus d'acide cyanhydrique.

La teneur en acide cyanhydrique du *L. corniculatus* L. n'étant que de 0<sup>e</sup>,20, en moyenne, par kilogramme de plante fraîche, on conçoit que cette espèce ne soit pas toxique pour le bétail par lequel elle est, d'ailleurs, plutôt recherchée. Aussi sa culture a-t-elle été largement préconisée au cours de ces dernières années. Bien que des dosages de l'acide cyanhydrique n'aient pas encore été effectués dans les autres espèces que nous avons étudiées, il semble toutefois permis de penser, à en juger par leur action comparative sur le papier picro-sodé, que les *L. tenuis* Waldst., *L. ornithopodioides* L., *L. Requieni* Mauri et *L. creticus* L. sont plus riches en glucoside cyanogénétique que le *L. corniculatus* L.

Des recherches ultérieures nous fixeront à cet égard, en même temps qu'elles nous renseigneront sur les variations que peuvent présenter les *Lotus*; au point de vue de leur teneur en principe cyanhydrique, aux diverses périodes de leur végétation et suivant les régions.

PHYSIOLOGIE. — *Énergétique des mouvements oculaires.*

Note de M. SERGE YOURIÉVITCH, présentée par M. d'Arsonval.

Le cinégraphe oculaire (1) enregistrant les mouvements oculaires sans fatigue permet d'étudier ces mouvements oculaires et de préciser les données de l'observation.

L'excitation lumineuse étant à la base du fonctionnement de l'œil, ce dernier commence dès que l'œil se trouve en présence d'un milieu éclairé. Ce milieu est composé d'une part, d'objets immobiles, et d'autre part, d'objets en mouvement. Le comportement de l'œil dans ces deux cas présente deux formes opposées du même phénomène énergétique.

1. *En présence d'objets en mouvement*, le regard est capté par ces derniers et les mouvements oculaires sont ou bien absents ou bien réduits au strict minimum pour suivre la translation de ces objets. Le cinégraphe oculaire pendant un film, l'écran tenant dans le champ visuel indique l'immobilité de l'œil. Un phénomène analogue a lieu en regardant fuir le paysage dans un train en marche. Un très grand nombre d'images est ainsi procuré

---

(1) *Comptes rendus*, 187, 1928. p. 844.

à la rétine sans dépense d'énergie musculaire, ce qui donne une sensation de repos et d'agrément malgré de longues heures d'un pareil régime. C'est une des raisons du succès du cinéma et des voyages. Ces données peuvent être utilisées pour la thérapeutique des états de fatigue.

La fréquence des mouvements d'objets environnants comme les pas des promeneurs et les battements d'un métronome passe pour l'œil par un optimum qui est pour nombre de sujets, de 100 mouvements à la durée de 40 à 60 secondes; alors le regard se trouve attiré et capté par ces mouvements. Si ces derniers sont plus rapides ou plus lents, les yeux les évitent et cherchent par des mouvements oculaires à se procurer des excitations lumineuses en rapport avec leur régime normal.

2. *Dans un entourage immobile*, l'œil commence à exécuter une série de mouvements que nous appellerons son régime cinétique normal. Ce régime est composé de périodes de repos et de mouvements soit verticaux, soit horizontaux, soit d'exploration de l'espace qui seront examinés dans une prochaine Note. Sans entrer dans les détails et en ne considérant que le *nombre* des mouvements oculaires, c'est-à-dire celui d'images variées dans l'unité de temps procurées à la rétine, on trouve des constantes remarquables. Pour des sujets différents, le nombre des mouvements oculaires oscille autour d'une moyenne de 100 mouvements en 60 secondes. Ce régime des mouvements oculaires normaux paraît coïncider avec le régime optimum pour l'œil de mouvements exécutés par des objets environnants et qui oscille comme nous l'avons dit autour de la même moyenne.

Il ressort de ces faits que l'œil a, comme le cœur, un régime synergique normal dont la fonction, parmi d'autres, est de procurer à la rétine une quantité constante, du reste calculable, d'excitations lumineuses, nécessaires au fonctionnement psychophysiologique de cet organe. L'œil ferait dans un milieu immobile et éclairé environ 7000 mouvements par heure ou 100000 dans les 16 heures de veille, chiffre réduit entre autre par les temps de fixation d'objets en mouvements; le nombre d'images variées amenées ainsi sur la rétine restant du reste voisin du nombre indiqué, car l'œil recommence normalement ses mouvements dès que le milieu redevient immobile.

Le régime cinétique de l'œil est intimement lié aux deux principales alternances de la vie psychique : les états de veille et les états de sommeil. Pendant le sommeil, quand les paupières sont closes et dans l'obscurité, l'œil est immobile. Dès que les paupières s'entr'ouvrent dans le demi-réveil et laissent filtrer de la lumière même diffuse, ou quand un rayon apparaît dans une pièce obscure, on peut voir l'œil reprendre ses mouvements

habituels. Les rayons lumineux étant les principaux générateurs de ces mouvements.

Les mouvements oculaires peuvent être considérés comme les corollaires des états de conscience active. Les états mentaux et affectifs ont du reste une influence sur le rythme de ces mouvements. Par contre l'immobilité de l'œil dans l'obscurité et la fixation du regard pratiquée dans l'hypnotisme engendrent des états de somnolence et le sommeil.

Les mouvements oculaires possèdent ainsi un double caractère : celui des mouvements réflexes et celui des mouvements volontaires, dualisme qui est à la base même de l'énergétique des mouvements oculaires.

**BOTANIQUE.** — *La répartition géographique des Fucacées et des Laminaires sur les côtes occidentales de la péninsule ibérique.* Noté de MM. G. HAMEL et J. FELDMANN, présentée par M. L. Mangin.

Au cours d'un voyage sur les côtes occidentales de la péninsule ibérique, nous avons pu constater que cette région joue un grand rôle au point de vue de la répartition géographique des Algues et, en particulier, des Fucacées et des Laminaires. Si l'on étudie ces deux groupes au nord du Portugal, dans la région du Minho, on trouve une végétation assez semblable à celle de nos côtes bretonnes (*Pelvetia*, *Fucus platycarpus*, *F. vesiculosus*, *F. ceranoides*, *Ascophyllum*, *Himanthalia*, *L. saccharina*, *L. Cloustoni*, *Saccorhiza*) avec, en plus, quelques Algues méridionales (*Laminaria pallida*, *Phyllaria reniformis*). Au contraire, si la récolte est faite dans les environs du cap Saint-Vincent, la région littorale présente un aspect tout différent : les *Fucus*, *Himanthalia* et *Ascophyllum* ont disparu et les rochers, à basse mer, sont couverts de Sargasses (*S. vulgare*) avec quelques autres Algues septentrionales (*Saccorhiza* et *Cystoseira ericoides*).

M. Sauvageau a déjà signalé que le cap Ortegal, entre Rivadeo et La Corogne, jouait un rôle important dans la distribution géographique des Algues espagnoles; une seconde région importante est la longue côte sableuse qui s'étend au nord du Portugal et qui arrête un certain nombre de Fucacées et de Laminaires.

Le tableau suivant peut être dressé :

I. *Cap Ortegal.* — Marque la limite méridionale des *Fucus serratus*, *Laminaria flexicaulis*, *Halidrys siliquosa* et la limite septentrionale du *Laminaria pallida* et du *Phyllaria purpurascens* (épave à la Corogne).



L'*Halidrys* n'a été trouvé qu'à l'état d'épaves à Biarritz, Rivadeo et La Corogne par M. Sauvageau et à Foz do Douro par Hauck; un fragment qui avait longtemps flotté a été recueilli dans la ria de Vigo. Il est probable que sa limite Sud est le golfe de Gascogne (peut-être même la côte Nord).

II. *Nord du Portugal*. — Marque la limite méridionale des *Ascophyllum nodosum*, *Himanthalia lorea*, *Fucus ceranoides*, *Pelvetia canaliculata*, *Laminaria saccharina*, *L. Cloustoni*.

Toutes ces espèces ont été trouvées en place à l'embouchure du Minho (sauf le *L. Cloustoni* en épaves nombreuses) et ont été vainement cherchées aux environs de Lisbonne et dans le sud du Portugal. Bien que l'*Himanthalia* se rencontre parfois en épave à Lisbonne et à Tanger il n'y a pas été trouvé en place.

III. On ne doit pas s'éloigner beaucoup de la frontière espagnole pour trouver un autre point important, Biarritz qui marque la limite septentrionale des *Sargassum vulgare* et *Phyllaria reniformis*.

IV. Enfin quatre espèces descendent plus au Sud et leur limite méridionale doit être cherchée en Afrique; ce sont : *Fucus platycarpus*, *F. vesiculosus*, *Saccorhiza bulbosa* et *Bifurcaria tuberculata*.

MÉCANIQUE ANIMALE. — *Sur la détermination expérimentale de la résistance à l'avancement des Poissons*. Note de MM. A. MAGNAN et A. SAINTE-LAGÜE, présentée par M. d'Arsonval.

Nous avons rappelé dans une Note antérieure <sup>(1)</sup> le dispositif cinématographique imaginé par MM. Huguenard, Magnan et Planiol pour déterminer la trajectoire des avions en vol et qui comprend une cinémitrailleuse à double objectif donnant sur la même pellicule une image nette d'un cadre-repère situé à 2<sup>m</sup>25 du centre optique et d'un avion évoluant dans les airs.

Ce même appareil est susceptible d'être employé pour toute étude de mouvement et en particulier pour la recherche de la résistance à l'avancement en général, surtout dans le cas d'un mobile sans moteur ou à moteur arrêté dont le mouvement est freiné par le milieu. On peut dire qu'à ce sujet le champ à exploiter est immense et s'étend aussi bien aux navires,

---

(1) HUGUENARD, MAGNAN, SAINTE-LAGÜE. — *Sur la détermination expérimentale de la polaire d'un avion et d'un oiseau en vol* (*Comptes rendus*, 187, 1928, p. 559).

submersibles qu'aux dirigeables, parachutes, avions ou oiseaux... que le mobile soit cinématographié de terre à travers un cadre ou qu'il porte lui-même le cinématographe et le cadre et qu'il photographie un repère naturel fixe (avion cinématographiant le sol, sous-marin ou navire cinématographiant un phare par exemple).

En particulier, nous avons pensé à appliquer une telle méthode aux poissons pour mesurer directement leur résistance à l'avancement sur laquelle on ne possède actuellement aucune donnée.

A cet effet nous avons cinématographié, à travers un cadre-repère à mailles carrées, les positions successives d'un pendule de longueur connue pour avoir les valeurs du temps et des truites communes évoluant dans un très grand aquarium (*fig 1*), en ne retenant comme valables que les trajec-

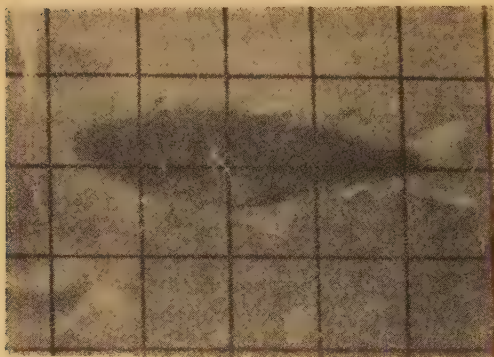


Fig. 1. — Image cinématographique d'une truite et du cadre repère.

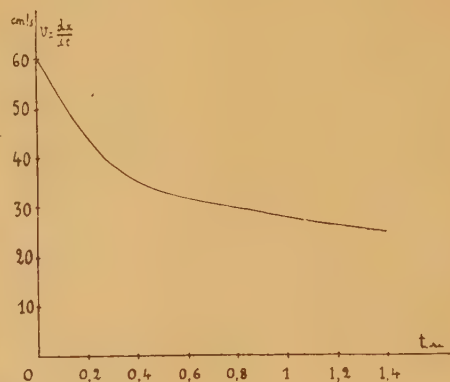


Fig. 2. — Courbe donnant la loi des vitesses d'une truite en fonction des temps.

toires effectuées par des poissons en nage filée, c'est-à-dire avançant, toutes nageoires au repos, après avoir donné quelques bons coups de queue.

Il suffit alors de reporter sur papier millimétrique les diverses positions du centre de gravité de l'animal et il est facile dans ces conditions de savoir quelle est, dans le cas d'une telle nage filée, la loi de déplacement de la truite en fonction du temps  $x = F(t)$ . On en peut déduire par dérivation la loi de la vitesse à chaque instant  $\frac{dx}{dt} = v = F'(t)$  et celle de l'accélération  $\frac{dv}{dt} = F''(t)$ .

Comme la truite a une densité pour ainsi dire égale à celle de l'eau, la

seule force en jeu est la résistance totale à l'avancement qu'éprouve le poisson; si celui-ci est de masse  $m = \frac{P}{g}$ , cette résistance  $R$  est donnée par l'équation de son mouvement :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{P}{g} \cdot \frac{dv}{dt} = R$$

que l'on peut exprimer, comme on le fait d'habitude, en fonction de  $v$ .

Voici les premiers résultats que nous ont fournis nos expériences, en opérant avec une truite pesant 318<sup>g</sup> et longue de 32<sup>cm</sup>, avançant dans l'eau après avoir donné quelques coups de queue, sans aucun mouvement de ses nageoires, mais les ventrales étalées pour maintenir son équilibre. Connaissant la distance du poisson au centre optique du cinéma, nous avons déduit des images successives obtenues la trajectoire de l'animal, d'où par dérivation graphique la courbe (*fig. 2*) donnant la loi des vitesses en fonction du temps et par une nouvelle et dernière dérivation graphique la loi des accélérations  $\frac{dv}{dt}$ .

Nous avons ainsi trouvé que pour des vitesses de 0,30, 0,45 et 0,60 m/s, la résistance totale a été de 3, 21 et 29<sup>g</sup>, ce qui ne correspond pas à la finesse maxima de la truite, puisque celle-ci n'existe qu'en cas de repliement total des nageoires. Pour le même animal ayant braqué brusquement ses nageoires pectorales en vue de freiner son mouvement, la résistance relative mesurée a été environ 50 fois plus grande.

Nous nous proposons de continuer ces expériences et d'essayer de comparer par la même méthode la finesse des poissons et celle des sous-marins.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur un nouveau constituant phosphoorganique des hématies*. Note <sup>(1)</sup> de M. S. POSTERNAK, présentée par M. A. Desgrez.

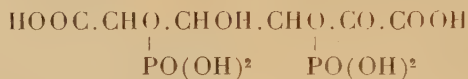
Le diphosphate de l'acide *l*-glycérique, isolé par Greenwald <sup>(2)</sup> du sang de de porc, de chien et d'homme, n'est pas le seul principe phosphoorganique non azoté contenu dans les globules rouges. Indépendamment de Greenwald et par une méthode toute différente, j'ai préparé le même composé, à partir

<sup>(1)</sup> Séance du 3 décembre 1928.

<sup>(2)</sup> *J. of biolog. Ch.*, 63, 1925, p. 339.



des érythrocytes de cheval, et constaté qu'il y était accompagné de l'éther *mono*-phosphorique de l'acide *l*-glycérique<sup>(1)</sup>. Ayant répété ces expériences, j'ai reconnu qu'il était possible d'isoler près de 30 pour 100 du phosphore organique, dit acidosoluble, sous forme de sel de baryte, répondant à la formule  $(C^3H^4O^7P)_2Ba^3$ . Ce dernier est un mélange de deux produits : 1° du sel de baryum du monophosphate mentionné ci-dessus et 2° d'un sel de baryte d'un acide *dextrogyre*. Cet acide réduit la liqueur de Fehling, beaucoup plus fortement après hydrolyse. Il donne une réaction intense de Seliwanoff et, avec la phloroglucine en milieu chlorhydrique, à l'ébullition, une coloration rouge virant au rouge vineux après neutralisation par le carbonate de soude. Ces caractères plaident en faveur d'un acide  $\alpha$  cétonique et le choix, étant donné sa composition, n'est guère possible qu'entre un monophosphate oxypyruvique et un diphosphate  $\alpha$  cétotrioxadipique. Le premier de ces éthers ne contenant pas de carbone asymétrique<sup>(2)</sup>, ne saurait être optiquement actif. J'attribue donc au nouveau principe phosphoorganique la constitution



la position des phosphoryles restant encore à déterminer.

J'opère sur 25<sup>l</sup> de sang de cheval à la fois. On le verse lentement dans une marmite contenant 75<sup>l</sup> de sérum physiologique maintenu à l'ébullition, et l'on acidifie légèrement le mélange au moyen de l'acide acétique, dans le but de coaguler complètement les protides. On filtre et exprime à la presse le coagulum. Le filtrat clair, neutralisé par  $NH^4OH$  est précipité par l'acétate de plomb; le précipité plombique, lavé et essoré, pèse de 150 à 180<sup>g</sup> et contient de 2 à 25,5 P en combinaison organique, ainsi que des phosphates minéraux. Ces derniers sont enlevés par traitement avec un excès de carbonate de soude qui transforme les phosphates organiques de plomb en sels de soude solubles et laisse le phosphate de plomb intact; on le sépare par filtration. La solution est diluée de 10<sup>l</sup> d'eau, neutralisée par l'acide nitrique et précipitée par l'acétate de baryum qui entraîne le diphosphate de l'acide *l* glycérique présent et une partie des autres composés phosphorés. Environ 30 pour 100 du P total organique restent en solution; on les isole, en passant par le sel de plomb, sous forme de sels de baryum.

La séparation du diphosphate de l'acide  $\alpha$  cétotrioxadipique du monophosphate *l* glycérique est basée sur la faculté des éthers polyphosphoriques à l'état libre de

(1) *C. R. Soc. Phys. de Genève*, 43, séance du 18 février 1926, p. 13.

(2) J. H. ABERSON, *Z. physik. Ch.*, 31, 1899, p. 17.

précipiter par le chlorure ferrique; leurs sels de fer insolubles, traités par une solution de soude caustique à froid, passent à l'état de sels de soude solubles. Par suite des phénomènes d'adhésion, la séparation est loin d'être parfaite et nos préparations de l'acide cétonique contenaient toujours une certaine quantité de monophosphate lévogyre.

La rotation spécifique la plus forte observée avec la diphosphate de l'acide  $\alpha$  cétotrioxiadipique était de  $+8^{\circ},88$  et, après neutralisation avec  $\text{NH}^4\text{OH}$ , de  $+15^{\circ},04$  <sup>(1)</sup>. Sauf une certaine solubilité dans l'eau des sels alcalino-terreux saturés, les propriétés du diphosphate  $\alpha$  cétotrioxiadipique et des sels ressemblent à celles du diphosphate *l* glycérique, décrit ailleurs <sup>(2)</sup>.

Il est à noter que ces deux éthers diphosphoriques sont très résistants à l'action des alcalis en solution normale; même à la température d'ébullition, il n'y a pas la moindre minéralisation de l'acide phosphorique.

L'hydrolyse complète d'une solution de l'acide libre demande une chauffe de 100 heures environ au réfrigérant à reflux et de 6 à 7 heures, à  $125-130^{\circ}$ , à l'autoclave. Déjà au bout de deux heures, la rotation à droite disparaît par suite de la racémisation de l'acide cétonique. De la liqueur d'hydrolyse, l'acide  $\alpha$  cétotrioxiadipique partiellement altéré se laisse extraire par l'éther dans un appareil à épuisement continu. Après la distillation de l'éther, on l'obtient à l'état de sirop très acide, réduisant fortement la liqueur de Fehling et donnant déjà à froid, à l'instar des acides  $\alpha$  cétoniques, des précipités blanchâtres avec la phloroglucine et l'orcine. Le diphosphate  $\alpha$  cétotrioxiadipique, entrevu par Lawaczek <sup>(3)</sup> et par Kay et Robison <sup>(2)</sup>, est en relation avec l'acide hexose-disphosphorique et représente peut-être un stade intermédiaire au cours de l'élaboration de l'acide lactique dans le muscle et d'autres tissus.

---

(1) L'augmentation de la rotation spécifique après neutralisation semble être une propriété générale des éthers polyphosphoriques.

(2) *Bioch. Z.*, 145, 1925, p. 351.

(3) *The biochem. J.*, 18, 1924, p. 755.

BACTÉRIOLOGIE. — *La moelle épinière, le bulbe, la protubérance et le parasite de la rage.* Note de MM. Y. MANOUELIAN et J. VIALA, présentée par M. Calmette.

Il est admis que les corpuscules de Negri sont rares ou introuvables dans la moelle épinière des rabiques. Les partisans même de la nature parasitaire de ces corpuscules l'affirment. Ainsi M<sup>me</sup> Negri déclare que, chez les lapins infectés par l'inoculation subdurale, « les formes endocellulaires sont toujours en très petit nombre dans les cellules nerveuses de toute la moelle épinière. Parfois il faut examiner des dizaines et des dizaines de coupes avant de rencontrer un seul parasite dans une cellule; et dans ce cas même il s'agit de formes ordinairement très petites ».

Or, dans la vaccination antirabique, on se sert de moelles de lapins où, grâce à l'action combinée de l'air et de la dessiccation, ou d'agents divers, on obtient des virus, c'est-à-dire des germes, des parasites graduellement atténués. A défaut de cultures *in vitro* du parasite en milieux artificiels on utilise donc les cultures *in vivo* des moelles. Si les corps de Negri étaient les agents de la rage, comment expliquer leur extrême rareté ou leur manque total dans ces moelles ? Cette objection n'a pas échappé aux auteurs, ni même à Negri. Aussi, partisans et non partisans de la nature parasitaire de ces corps ont admis l'existence de germes de dimension extrêmement petite, invisible à nos moyens actuels de recherche. L'hypothèse semble justifiée par la filtrabilité du virus rabique (Remlinger).

Ceux-ci se réunissent en masses compactes où il devient difficile de distinguer les unités constitutives; les contours de ces masses sont plus ou moins réguliers. Ce sont, pour nous, les ébauches des *corps de Negri*. Mais, alors que dans la corne d'Ammon ces masses continuent à évoluer et qu'après avoir présenté les formes de mûre, de rosace, elles finissent par s'estomper, se décolorer et disparaître, dans le bulbe, dans la protubérance, l'évolution s'arrête au début. Les corps de Negri typiques, c'est-à-dire les formes contenant les inclusions centrées de petits corpuscules y sont rares; ce sont des masses plus ou moins arrondies, plutôt homogènes. Or, comme les corps de Negri sont pour nous les témoins de la défense des cellules nerveuses contre le virus rabique, il semble que les cellules de ces régions, ainsi que



celles du névraxe en général, ne réagissent pas aussi fortement contre les parasites que les neurones de la corne d'Ammon; plus sensibles elles se défendent mal et n'arrivent pas à les détruire. Aussi dans toutes ces parties du névraxe la réaction des cellules nerveuses contre le parasite, — réaction qui se traduit par la genèse et l'évolution des corps de Negri, — est incomplète. Dès lors il ne faut pas s'étonner de voir de graves lésions cellulaires au niveau du bulbe et de la protubérance.

L'étude du virus fixe chez le lapin et le chien corrobore entièrement les faits que nous venons d'exposer. Alors que les parasites sont abondants dans les centres nerveux ailleurs même que dans la corne d'Ammon, nous ne constatons plus de corpuscules de Negri typiques; à peine trouve-t-on quelques masses plus ou moins arrondies, de dimensions réduites. Et c'est ainsi dans tout le système nerveux. Il n'existe aucune différence, au cours de la rage à virus fixe, entre la corne d'Ammon et les autres régions. Insistons cependant sur la richesse du bulbe rachidien et de la protubérance en parasites alors que les corpuscules de Negri typiques, nous le répétons, y sont introuvables. Ainsi, dans *toutes les formes de rage l'examen microscopique permet d'affirmer que ces régions sont très virulentes*.

Que l'agent de la rage, dans certaines phases de son évolution, échappe à nos moyens de recherches, nous le croyons aussi. Nous affirmons cependant que, en appliquant les procédés que nous avons décrits précédemment, on peut déceler de nombreux germes dans la moelle épinière chez le chien; on peut *dans chaque coupe* trouver des cellules nerveuses *remplies de parasites*. Nous affirmons également que, chez les lapins atteints, aussi bien de rage des rues que de rage à virus fixe, la moelle épinière renferme un nombre considérable de micro-organismes. Dès lors on comprend que, chez les rabiques, la moelle épinière se montre virulente et puisse servir à la préparation de vaccins.

Cependant, l'étude des régions réputées les plus virulentes où, d'après les auteurs, les corpuscules de Negri sont rares ou absents, l'étude, disons-nous, du bulbe rachidien et de la protubérance est des plus instructives.

On sait qu'un des arguments des adversaires de la nature parasitaire des corpuscules de Negri était la rareté, l'absence de ces corpuscules dans les régions les plus virulentes: bulbe, protubérance. Or, dans toutes les formes de rage, avant tout contrôle expérimental, de l'examen seul de nos préparations, on peut conclure que ces parties du névraxe doivent être très virulentes tant y sont innombrables les cellules nerveuses parasitées. C'est ici

surtout que nous trouvons les équivalents des *pseudokystes de l'Encephalitozoon cuniculi*, avec cette différence que ceux-ci sont *extracellulaires*, alors que ceux du germe de la rage sont *dans les cellules nerveuses*. Les parasites sont si abondants dans ces cellules que le cytoplasme et les dendrites se détachent en rouge par la méthode de Mann sur le fond bleu de la préparation. Et, dans la rage des rues, on peut observer nettement, chez le chien surtout, l'*agglutination des germes*.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *La fièvre exanthématique de Marseille est absolument distincte du typhus exanthématique.* Note de MM. **ET. BURNET**, **P. DURAND** et **D. OLMER**, présentée par M. Calmette.

La fièvre exanthématique de Marseille peut être transmise de l'homme au singe et de singe à singe par inoculation péritonéale de sang virulent. La température de l'animal s'élève après une incubation de 7 à 9 jours et la fièvre constitue le plus souvent le seul symptôme morbide. Le cobaye pareillement inoculé ne réagit pas. Tels sont les faits qui ont fait l'objet d'une Note précédente <sup>(1)</sup>.

La fièvre exanthématique est-elle, comme on avait pu le penser, une forme atténuée du typhus exanthématique? Pour trancher la question, il était nécessaire et suffisant d'inoculer un virus typhique authentique à nos singes qui ont eu la fièvre exanthématique de Marseille. Nous nous sommes servi du virus typhique de l'Institut Pasteur de Tunis, entretenu à Caen par M. Lebailly.

Pour une démonstration rigoureuse, le cobaye n'aurait pas suffi; le cobaye ne prend pas toujours le typhus, et on peut concevoir un virus typhique faible qui n'infecterait pas le cobaye et infecterait le singe; le singe est un réactif beaucoup plus sensible.

Chaque inoculation à un singe a été naturellement accompagnée d'inoculations à deux cobayes, dont la réaction fébrile fut chaque fois caractéristique.

---

(1) ET. BURNET et D. OLMER, *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 470.



1. *Macacus cynomolgus*. — Guéri depuis 57 jours de fièvre de Marseille; est inoculé sous la peau avec une émulsion de cerveau de cobaye typhique (1/40 de cerveau). Fièvre le 7<sup>e</sup> jour.

2. *Callitriche*. — Guéri depuis 66 jours de fièvre de Marseille; est inoculé sous la peau avec 4<sup>cm</sup> de sang de cobaye typhique. Fièvre le 9<sup>e</sup> jour.

3. *Patas*. — Guéri depuis 67 jours de fièvre de Marseille; est inoculé sous la peau avec une émulsion de cerveau de cobaye typhique (1/40 de cerveau). Fièvre le 6<sup>e</sup> jour.

Chez ces animaux la fièvre de Marseille antécédente n'a nullement empêché l'inoculation du virus du typhus d'être suivie de la courbe fébrile typique.

L'expérience inverse, montrant que l'immunité acquise vis-à-vis du typhus ne joue pas en ce qui concerne la fièvre de Marseille, est réalisée chez le quatrième singe.

4. *Bonnet chinois*. — Cet animal avait été vacciné par M<sup>me</sup> Sparrow (exp. inédites) contre le typhus par la méthode de Weigl (inoculation d'intestins de poux typhiques). L'immunité obtenue avait été éprouvée au bout de deux mois par une inoculation de virus typhique, restée sans résultat.

Trois mois après cette épreuve, le singe est inoculé de sang d'un malade atteint de fièvre exanthématique de Marseille, après quoi la fièvre se déclare au bout de huit jours.

Soixante-trois jours après la fin de la fièvre due à la maladie de Marseille, le singe reçoit dans le péritoine une émulsion correspondant à 1/10 de cerveau de cobaye typhique. Aucune réaction thermique (la température a été prise pendant 30 jours).

Chez cet animal, l'évolution d'une fièvre de Marseille expérimentale n'a pas été empêchée par une immunité antityphique provoquée par le vaccin de Weigl, renforcée par la première inoculation d'épreuve de virus typhique, et dont la persistance trouve sa preuve dans les résultats négatifs d'une dernière inoculation extrêmement sévère de cerveau virulent de cobaye. Il est manifestement impossible, après l'observation des trois singes précédents, d'attribuer à la fièvre de Marseille antécédente l'échec de cette dernière inoculation de virus typhique.

*Conclusion*. — La fièvre exanthématique de Marseille ne donnant pas d'immunité contre le typhus et l'immunité acquise contre le typhus n'empêchant pas l'évolution de la fièvre de Marseille, il est démontré que ces deux maladies sont absolument distinctes.



PHOTOGRAPHIE. — *Nouveau dispositif pour l'enregistrement simultané de trois images sélectionnées pour la production d'images en couleurs.* Note de M. CAMILLE NACHET, présentée par M. Ch. Fabry.

On a déjà pour l'enregistrement simultané des trois images élémentaires d'une sélection trichrome, utilisé des systèmes de réflecteurs (miroirs semi-transparents ou prismes) répartissant entre trois objectifs identiques les flux lumineux provenant de chaque point du sujet à photographier, mais l'absorption de la lumière par de tels réflecteurs oblige à des temps de pose trop longs pour permettre en bonnes conditions la photographie de sujets animés.

On sait, d'autre part, que l'emploi de trois objectifs indépendants, dont chacun reçoit directement la lumière diffusée par le sujet, crée entre les trois images partielles des différences stéréoscopiques ne permettant pas la superposition en repérage des monochromes jaune, rose et bleu vert correspondant respectivement aux négatifs enregistrés au travers des filtres sélecteurs bleu violet, vert et rouge.

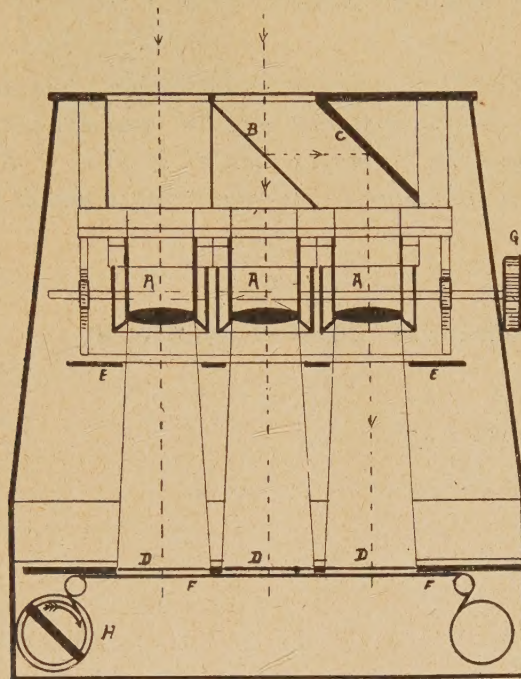
L'expérience a montré que si la netteté des monochromes rose et bleu vert est indispensable à la netteté de l'image résultante, une large tolérance est permise sur la netteté du monochrome jaune; nous nous sommes demandé si une tolérance du même ordre ne pourrait être admise en ce qui concerne l'identité géométrique de l'image jaune et des deux autres images; l'expérience a vérifié cette hypothèse, et c'est sur ce compromis qu'est basé l'appareil décrit ci-après et représenté schématiquement ci-contre.

Trois objectifs identiques, dont les axes sont disposés parallèlement, dans un même plan, à 28<sup>mm</sup> l'un de l'autre (distance minima imposée par les diamètres des lentilles), enregistrent côte à côte sur une même couche sensible (plaque, ou fragment de film cinématographique panchromatique non perforé) trois images 21 × 28<sup>mm</sup>.

L'objectif de gauche enregistre directement, au travers d'un filtre bleu violet, le négatif du jaune; les deux autres objectifs, utilisés respectivement à l'enregistrement du négatif du rose sous le filtre vert et du négatif du bleu vert sous le filtre rouge, ont leurs axes optiques ramenés virtuellement en coïncidence par un système de deux réflecteurs parallèles, orientés à 45° sur la direction commune des axes optiques, dont l'un semi-transparent, divise en deux le flux lumineux reçu de chaque point de l'objet, l'un de ces



flux étant transmis à l'un des objectifs, tandis que l'autre parvient au troisième objectif après deux réflexions. Les objectifs étant de très courte distance focale, les points de vue des deux derniers objectifs peuvent être considérés comme confondus; d'autre part, le faible écart entre l'axe de l'objectif de gauche et l'axe virtuel commun des deux objectifs de droite



- A Objectifs
- B Glace sem. transparente
- C Glace réfléchissante
- D Ecrans
- E Obturateur
- F Film
- G Bouton de mise au point
- H Cle d'enroulement

fait que la différence stéréoscopique entre l'image jaune et les deux autres images ne représente que  $1/100^e$  de la distance focale pour l'image d'un objet situé à  $2^m, 80$  quand la coïncidence est assurée entre les images d'objets infiniment éloignés, différence qui reste négligeable même quand les négatifs originaux sont amplifiés 5 fois.



Les luminosités des trois images optiques sont amenées à l'équilibre nécessaire par réglage convenable des diaphragmes dont sont munis les trois objectifs.

Le tirage en couleurs peut être effectué par l'un quelconque des procédés connus; il peut être fait soit sur verre, soit sur papier. Le détail de ces procédés de tirage sera décrit dans un autre Recueil.

M. N. SLOMNESCO adresse trois notes intitulées : *Sur un procédé d'agglomérer le noir de fumée dans une matière compacte s'approchant par ses propriétés du Carbonado.* — *Sur l'action de la silice et des silicates fondus sur la formation du diamant.* — *Découverte du diamant cristallisé dans les terrains turbifères.*

A 16<sup>h</sup>30<sup>m</sup>, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17<sup>h</sup>.

E. P.

